UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

INVESTIGACIÓN
OPERATIVA

Gabinete del Departamento de Industrias 2004

MODELOS LINEALES DE OPTIMIZACIÓN
SOLUCIONARIO DEL TEXTO

Elaboración:
Ariel Israel Villarroel Romano

Asesoramiento:
M.Sc. Ing. Rafael Terrazas Pastor

Cochabamba Junio 2004

CAPITULO 2
FORMULACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

1.

$$\text{Fo: } \text{Min } Z = 3X_1 + 5X_2$$
$$\text{Sa::} \quad X_1 \leq 4$$
$$2X_2 = 12$$
$$3X_1 + 2X_2 \geq 18$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

CANONICA	ESTANDAR
Fo: Max (-Z) = $-3X_1 - 5X_2$ Sa:: $X_1 \leq 4$ $2X_2 \leq 12$ $-2X_2 \leq -12$ $-3X_1 - 2X_2 \leq -18$ $X_1, X_2 \geq 0$	Fo: Min $Z = 3X_1 + 5X_2$ Sa:: $X_1 + h_1 = 4$ $2X_2 = 12$ $3X_1 + 2X_2 - s_3 = 18$ $X_1, X_2 \geq 0$

$$\text{Fo: } \text{Max } Z = 5X_1 + 2X_2$$
$$\text{Sa::} \quad 6X_1 + 10X_2 \leq 30$$
$$10X_1 + 4X_2 \leq 20$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

CANONICA	ESTANDAR
Fo: Max $Z = 5X_1 + 2X_2$ Sa:: $6X_1 + 10X_2 \leq 30$ $10X_1 + 4X_2 \leq 20$ $X_1, X_2 \geq 0$	Fo: Max $Z = 5X_1 + 2X_2$ Sa:: $6X_1 + 10X_2 + h_1 = 30$ $10X_1 + 4X_2 + h_2 = 20$ $X_1, X_2 \geq 0$

$$\text{Fo: } \text{Miin } Z = 2X_1 + 1X_2$$
$$\text{Sa::} \quad 3X_1 + X_2 \geq 3$$
$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$
$$-1X_1 - 2X_2 \geq 3$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

CANONICA	ESTANDAR
Fo: Max $-Z = -2X_1 - 1X_2$ Sa:: $-3X_1 - X_2 \leq -3$ $-4X_1 - 3X_2 \leq -6$ $1X_1 + 2X_2 \leq -3$ $X_1, X_2 \geq 0$	Fo: Min $Z = 2X_1 + 1X_2$ Sa:: $3X_1 + X_2 - s_1 = 3$ $4X_1 + 3X_2 - s_2 = 6$ $-1X_1 - 2X_2 - s_3 = 3$ $X_1, X_2 \geq 0$

Fo: Max W = $-5W_1 - 2W_2 + 1W_3$
Sa:: $W_1 + W_2 + W_3 \geq 10$
$5W_1 - W_3 \geq 15$
$W_1 , W_2 \geq 1$
$W_3 \leq 0$

CANONICA	ESTANDAR
Fo: Max W = $-5W_1 - 2W_2 - W_3^*$	Fo: Max W = $-5W_1 - 2W_2 - 1W_3^*$
Sa:: $-W_1 - W_2 + W_3^* \leq -10$	Sa:: $W_1 + W_2 - W_3^* - s1 = 10$
$-5W_1 - W_3^* \leq -15$	$5W_1 + W_3^* - s2 = 15$
$-W_1 \leq -1$	$W_1 - s3 = 1$
$-W_2 \leq -1$	$W_2 - s4 = 1$
$W_3^* \geq 0$	$W_3^* \geq 0$
$W_3^* = - W_3$	$W_3^* = - W_3$

Fo: Min Z = $3X_1 - 2X_2$
Sa:: $X_1 + X_2 \geq 0$
$3X_1 + 5X_2 \geq 0$
$5X_1 + 3X_2 \geq 0$
$2X_1 - 3X_2 \geq 0$
X_1 , X_2 no restringida

CANONICA	ESTANDAR
Fo: Max $-Z = -3(X_1^* - X_1^{**}) + 2(X_2^* - X_2^{**})$	Fo: Min $Z = 3(X_1^* - X_1^{**}) - 2(X_2^* - X_2^{**})$
Sa:: $-(X_1^* - X_1^{**}) - (X_2^* - X_2^{**}) \leq 0$	Sa:: $(X_1^* - X_1^{**}) + (X_2^* - X_2^{**}) - s1 = 0$
$-3(X_1^* - X_1^{**}) - 5(X_2^* - X_2^{**}) \leq 0$	$3(X_1^* - X_1^{**}) + 5(X_2^* - X_2^{**}) - s2 = 0$
$-5(X_1^* - X_1^{**}) - 3(X_2^* - X_2^{**}) \leq 0$	$5(X_1^* - X_1^{**}) + 3(X_2^* - X_2^{**}) - s3 = 0$
$-2(X_1^* - X_1^{**}) + 3(X_2^* - X_2^{**}) \leq 0$	$2(X_1^* - X_1^{**}) - 3(X_2^* - X_2^{**}) - s4 = 0$
$X_i \geq 0$	X_1 , X_2 no restringida
$X_1 = X_1^* - X_1^{**}$	$X_1 = X_1^* - X_1^{**}$
$X_2 = X_2^* - X_2^{**}$	$X_2 = X_2^* - X_2^{**}$

2.

Xij = Cantidad de ingrediente i a utilizar para fabricar una libra de la salsa la salsa j (i=1,2) (j=A,B)

Fo Max $Z = P_1(X_{1A}+X_{2A}) + P_2(X_{1B}+X_{2B}) - C_1(X_{1A}+X_{1B}) - C_2(X_{2A}-X_{2B})$

Sa: $X_{1A} + X_{2A} = 1$
$X_{1B} + X_{2B} = 1$
$X_{1B} \leq T1 / 100$
$X_{1A} \geq T2 /100$
$X_{2A} \geq T3/100$
$Xij \geq 0$

3.

Ai = $ invertidos de la opción A en el año i (i= 1,2,3,4)
Bi = $ invertidos de la opción B en el año i (i= 1,2,3,4)i
C = $ invertidos de la opción C en el año 2
D = $ invertidos de la opción D en el año 5
Ri = $ no invertidos el año i (i= 1,2,3,4)

Fo: Max Z $=1.9C_2 + 1.7\ B_3 + 1.4A_4 + 1.3D_5$

Sa: Año1: $A_1 + B_1 + R_1 = 50000$
Año2 $A_2 + B_2 + C_2 + R_2 = R_1$
Año3: $A_3 + B_3 + R_3 = 1.4A_1 + R_2$
Año4: $A_4 + R_4 = 1.4A_2 + 1.7B1 + R_3$
Año5 $D_5 = 1.4A_3 + 1.7B_2 + R_4$

$Ai, Bi, C, D, Ri \geq 0$

4.

Xi = Cantidad de horas que se estudiará el tema i (i= A,B,C)

Fo: Max Z $= 1X_A + 2X_B + 3X_C$
Sa :
$X_A + X_B + X_C \leq 100$
$X_A, X_B, X_C \geq 0$

5.

Xi = Cantidad de alimetos del tipo i en Kg (i= 1, 2 ,3)
1= Kg de maiz; 2= Kg de residuo, 3= Kg de Alfalfa

Fo: Min Z $= 21\ X_1 + 18X_2 + 15X_3$

Sa:

$90\ X_1 + 20X_2 + 40X_3 \leq 200$
$30\ X_1 + 80X_2 + 60X_3 \leq 180$ **Restricciones de requerimiento mínimo**
$10\ X_1 + 20X_2 + 60X_3 \leq 150$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$ **Restricciones de no negatividad**

6.

TAMAÑO	UTILIDAD ($/unid)	ESPACIO (Ft^2/unid)	VENTAS (Unid/día)
Grande G	140	20	900
Mediano M	120	15	1300
Pequeño P	100	12	750

PLANTA	CAP MO Y MAQ (Unid/dia)	ESPACIO DISP (Ft^2)
1	750	13000
2	900	12000
3	450	5000

Xij =Cantidad de producto del tamaño i producido en la fabrica j (i = G, M, P ; j = 1, 2 ,3)

Fo: Max Z = 140 ($X_{G1} + X_{G2} + X_{G3}$) + 120 ($X_{M1} + X_{M2} + X_{M3}$) + 100 ($X_{P1} + X_{P2} + X_{P3}$)

Sa:

$20X_{G1} + 15X_{M1} + 12X_{P1} \leq 13000$
$20X_{G2} + 15X_{M2} + 12X_{P2} \leq 12000$
$20X_{G3} + 15X_{M3} + 12X_{P3} \leq 5000$

Restricciones de espacio de almacenamiento

$X_{G1} + X_{M1} + X_{P1} \leq 750$
$X_{G2} + X_{M2} + X_{P2} \leq 900$
$X_{G3} + X_{M3} + X_{P3} \leq 450$

Restricciones de producción

$X_{G1} + X_{G2} + X_{G3} \leq 900$
$X_{M1} + X_{M2} + X_{M3} \leq 1300$
$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} \leq 750$

Restricciones de ventas

$$\frac{X_{G1} + X_{M1} + X_{P1}}{750} = \frac{X_{G2} + X_{M2} + X_{P2}}{900} = \frac{X_{G3} + X_{M3} + X_{P3}}{450}$$

Restricciones de proporcionalidad

$Xij \geq 0$ **Restricciones de de no negatividad**

7.

Xi = Cantidad de equipos i a producir para el próximo mes (i = 1, 2) 1=E9, 2 = F9

Fo: Max Z = $5000X_1 + 4000X_2$
Sa:

$10 X_1 + 15 X_2 \leq 150$ **Restricción horas en el depto A**
$20 X_1 + 10 X_2 \leq 160$ **Restricción horas en el depto B**

$30 X_1 + 10 X_2 \geq 150$ **Restricción horas de comprobación**

$X_1 = 3X_2$ **Restricción política de operación**

$X_1 + X_2 \geq 5$ **Restricción ventas próximo mes**

$X_1 , X_2 \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

8.

Xi = Cantidad de carne del tipo i a comprar en Kg (i = 1, 2) 1=res, 2 = cerdo

Fo: Min $Z = 8X_1 + 6X_2$

Sa:

$0.2\ X_1 + 0.32X_2 \leq 0.25$ **Restricción porcentaje de grasa**

$X_1 + X_2 = 1$

$X_1, X_2 \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

9.

Xi = Cantidad de carros a producir del tipo i por día (i = 1, 2) 1=automovil, 2 = camión

Fo: Max $Z = 200X_1 + 300X_2$

Sa:

$$\frac{X_1}{40} + \frac{X_2}{60} \leq 1$$

$$\frac{X_1}{50} + \frac{X_2}{50} \leq 1$$

Restricción de igualdad de carros a que deben pasar por los talleres de pintura y por carrocería

$X_1, X_2 \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

10

. Xij = Acres sembrados del cultivo i en el Kibbutz j (i= R,A,S Y j = 1,2,3)

R = remolacha A = arroz S = Sorgo

Fo: Max $Z = 400 (X_{R1} + X_{R2} + X_{R3}) + 300 (X_{A1} + X_{A2} + X_{A3}) + 100 (X_{S1} + X_{S2} + X_{S3})$

Sa:

$X_{R1} + X_{A1} + X_{S1} \leq 400$
$X_{R2} + X_{A2} + X_{S2} \leq 600$
$X_{R3} + X_{A3} + X_{S3} \leq 300$

Restricciones sobre tierra irrigable

$X_{R1} + X_{R2} + X_{R3} \leq 600$
$X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} \leq 500$
$X_{S1} + X_{S2} + X_{S3} \leq 325$

Restricciones sobre cuota máxima

$3X_{R1} + 2X_{A1} + X_{S1} \leq 600$
$3X_{R2} + 2X_{A2} + X_{S2} \leq 800$
$3X_{R3} + 2X_{A3} + X_{S3} \leq 375$

Restricciones sobre cantidad de Agua

$$\frac{X_{R1} + X_{A1} + X_{S1}}{400} = \frac{X_{R2} + X_{A2} + X_{S2}}{600} = \frac{X_{R3} + X_{A3} + X_{S3}}{300}$$

Restricciones sobre proporcionalidad en producción

$Xij \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

11.

X1 = Cantidad del producto A a fabricar
X2 = Cantidad del producto B a fabricar
X3 = Cantidad del subproducto C a vender
X4 = Cantidad del subproducto C a desechar

Fo: Max Z = $4X_1 + 9X_2 + 2X_3 - 1X_4$

$X_3 + X_4 = 3.1X_2$
$2.6X_1 + 4.7X_2 \leq 60$
$3.3X_1 + 4.6X_2 \leq 65$
$X_3 \leq 12$

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

12

Xij = Cantidad de producto i fabricado en la planta j (i= 1,2,3 y j= A,B) por cada 100 libras por semana

Fo: Max Z = $(100 - 250*0.25)\ X_{1A} + (100-300*0.2)X_{1B} + (120 - 250.*0.4)X_{2A} +$
$+ (120-300*0.25)X_{2B} + (150- 250*0.35)X_{3A} + (150-300*0.4)X_{3B}$

Resumiendo:

Fo: Max Z = $37.5\ X_{1A} + 40X_{1B} + 20X_{2A} + 45X_{2B} + 62.5X_{3A} + 30X_{3B}$
Sa:

$0.25X_{1A} + 0.40X_{2A} + 0.35X_{3A} \leq 100$
$0.20\ X_{1B} + 0.25X_{2B} + 0.40X_{3B} \leq 100$

Restricción sobre horas semanales disponibles en cada planta

$X_{1A} + X_{1B} \leq 310$
$X_{2A} + X_{2B} \leq 300$
$X_{3A} + X_{3B} \leq 125$

Restricciones sobre Demanda del producto

$Xij \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

13.

X_1 = Número de acres de soya a sembrar
X_2 = Número de acres de maíz a sembrar
X_3 = Número de acres de avena a sembrar
X_4 = Número de vacas a comprar
X_5 = Número de gallinas a comprar
X_6 = Exceso en H-H invierno
X_7 = Exceso en H-H verano

Fo: Max Z = $500X_1 + 750\ X_2 + 350X_3 + 1000X_4 + 5X_5 + 5X_6 + 6X_7$

Sa:

$X_1 + X_2 + X_3 + 1{,}5\ X_4 \leq 125$ **Restricción de acres disponibles**

$12X_4 + 9X_5 \leq 4000$ **Restricción de dinero disponible**

$20X_1 + 35X_2 + 10X_3 + 100X_4 + 0.6X_5 + X_6 = 3500$ **Restricción de H-H invierno**

$50X_1 + 75X_2 + 40X_3 + 50X_4 + 0.3X_5 + X_7 = 4000$ **Restricción de H-H verano**

$X_4 \leq 32$ **Restricción corral**

$X_5 \leq 3000$ **Restricción Gallinero**

$X_1 .X_2 ,X_3 ,X_4 ,X_5 , X_6, X_7 \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

14.

X_1 = Cantidad de onzas de Brute Regular vendidas al año
X_2 = Cantidad de onzas de Brute de lujo vendidas al año
X_3 = Cantidad de onzas de Chanelle Regular vendidas al año
X_4 = Cantidad de onzas de Chanelle de Lujo vendidas al año
X_5 = Libras de materia prima compradas al año

Fo: Max Z = $7X_1 + 14X_2 + 6X_3 + 14X_4 + -(4X_2 + 4X_4) - 3X_5$

Sa:

$X_5 \leq 4000$ **[Materia Prima]**

$3X_2 + 2X_4 + X_5 \leq 6000$ **[Horas Laboratorio]**

$X_1 + X_2 = 3X_5$

$X_3 + X_4 = 4X_5$

$X_1 .X_2 ,X_3 ,X_4 , X_5 \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

15.

Xi = Cantidad de modelo i a fabricar (i=1,2)

Fo : Max Z= $(\pi_1 - \alpha_1)X_1 + (\pi_2 - \alpha_2)X_2$

Sa:

$\beta_{11}X_1 + \beta_{21}X_2 \leq \theta_1$
$\beta_{12}X_1 + \beta_{22}X_2 \leq \theta_2$ **Restricción de capacidad semanal**

$$\frac{X2}{X1 + X2} * 100 = H\%$$ **Restricción de mercado**

$\mu(\beta_{11} + \beta_{12})X_1 + \mu(\beta_{21} + \beta_{22})X_2 \leq Q$ **Restricción de costos de MO**

$X_1, .X_2 \geq 0$ **Restricción de no negatividad**

CAPITULO 3
SOLUCION DEL MODELO DE PROGRAMACION LINEAL

1. Primero Resolvemos el problema para MINIMIZAR.
Cambiamos el problema a maximizar por lo que multiplicamos la función objetivo por (-1) y se tiene

Fo: Max (-Z) = - $3X_1$ - $5X_2$

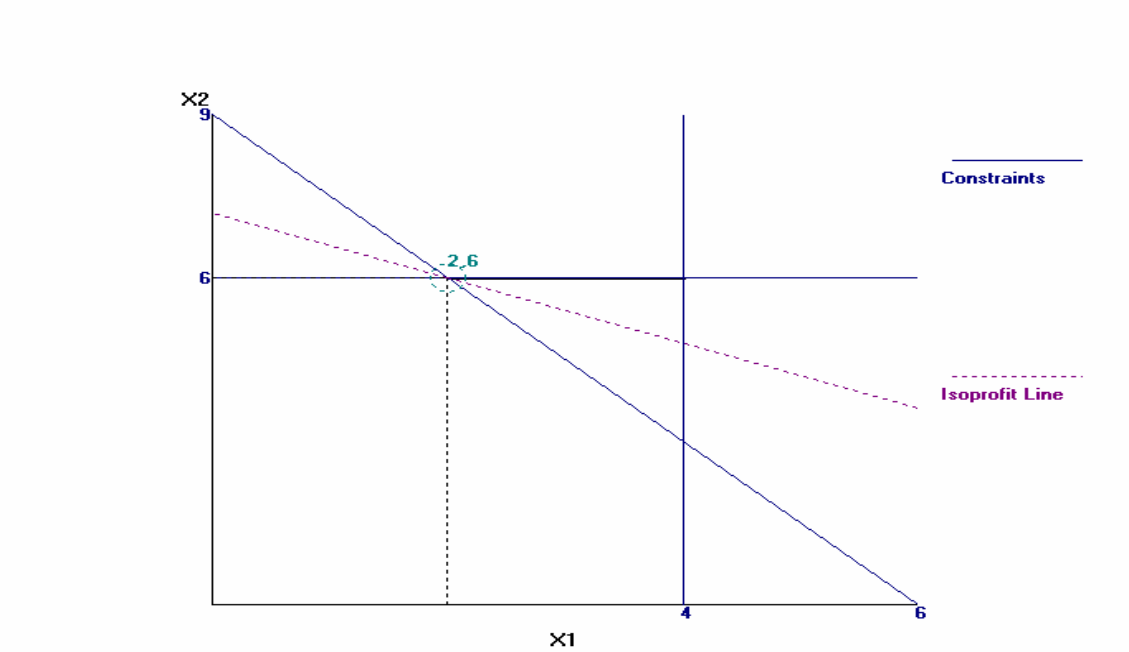
. Sa:

$X_1 \leq 4$

$2X_2 = 12$

$3X_1 + 2X_2 \geq 18$

SOLUCION POR EL METODO GRAFICO



METODO DE LAS M: Se agregan variables de holgura, artificiales y superfluas, el problema queda:

Fo: Max (-Z) = - $3X_1$ - $5X_2$ +$0h_1$ – Ma_2 – Ma_3 +$0S_3$

. Sa:

$X_1 + h_1 = 4$

$2X_2 + a_2 = 12$

$3X_1 + 2X_2 + a_3 - s_3 = 18$

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	a_3	S_3	LD
Z	-1	3	5	0	M	M	0	0
Z	-1	-3M+3	-4M+5	0	0	0	M	-30M
H_1	0	1	0	1	0	0	0	4
A_2	0	0	**2**	0	1	0	0	12
A_3	0	3	2	0	0	1	-1	18

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	a_3	S_3	LD
Z	-1	-3M+3	0	0	2M - 5/2	0	M	-30-6M
H_1	0	1	0	1	0	0	0	4
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
A_3	0	3	0	0	-1	1	-1	6
Z	-1	0	0	0	M - 3/2	M-1	M	-36
H_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	1/3	2
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
X_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	-1/3	2

SOLUCION :

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} h_1 \\ X_2 \\ X_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ S_3 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z* = 36

METODO DE LAS DOS FASES.- Volvemos A plantear el problema con la diferencia que todos los coeficientes de las variables deben ser cero exceptuando las variables artificiales deben tener coeficiente 1 en la función objetivo; vale recalcar que se añaden las correspondientes variables de holgura y superfluas correspondientes

Fo: Max (-Z) = - $0X_1$ - $0X_2$ +$0h_1$ – $1a_2$ – $1a_3$ +$0S_3$

Sa:

X_1 + h_1 = 4

$2X_2$ + a_2 = 12

$3X_1 + 2X_2$ +a_3 – s_3 = 18

FASE 1

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	A_3	S_3	LD	
Z	-1	0	0	0	1	1	0	0	
Z	-1	-3	-4	0	0	0	M	-30	
H_1	0	1	0	1	0	0	0	4	
A_2	0	0	**2**	0	1	0	0	12	*-1
A_3	0	3	2	0	0	1	-1	18	*-1
Z	-1	-3	0	0	2	0		-6	
H_1	0	1	0	1	0	0	0	4	
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6	

A_3	0	**3**	0	0	-1	1	-1	6
Z	-1	0	0	0	1	1	0	0
H_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	1/3	2
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
X_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	-1/3	2

Una vez que se el valor de la función objetivo se convierte en cero se pasa a la fase dos, claro está que se debe cumplir la condición de optimización. Si no se logra que el valor de la función objetivo sea cero entonces no existe solución básica factible

FASE 2

	Z	X_1	X_2	h_1	S_3	LD	
Z	-1	3	5	0	0	0	
Z	-1	0	0	0	1	-36	
h_1	0	0	0	1	1/3	2	
X_2	0	0	1	0	0	6	*-5
X_3	0	1	0	0	-1/3	2	*-3

SOLUCION :

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} h_1 \\ X_2 \\ X_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ S_3 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$\mathbf{Z^* = 36}$$

ANALISIS DE ACTIVIDAD

R1 es INACTIVA
R2 es ACTIVA
R3 es ACTIVA

Resolvemos el problema para MAXIMIZAR y tenemos:.

Fo: Max (Z) = 3X1 + 5X2

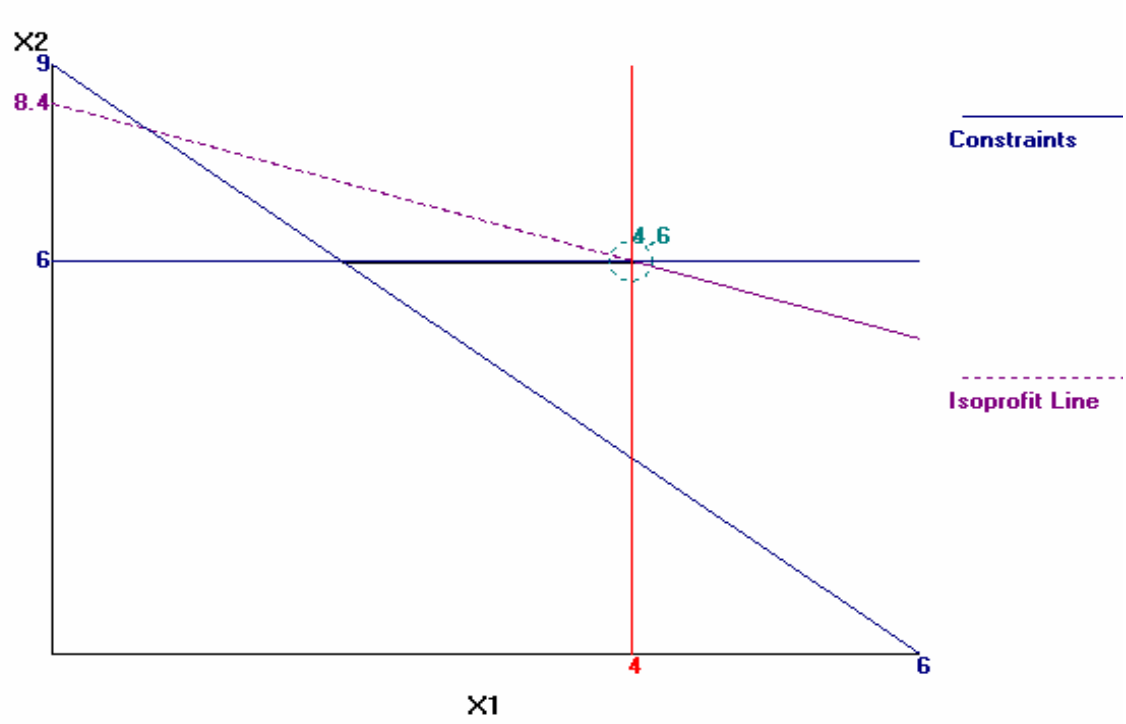
. Sa:

X1 ≤ 4

2X2 = 12

3X1 + 2X2 ≥ 18

SOLUCION POR EL METODO GRAFICO



METODO DE LAS M: Se agregan variables de holgura, artificiales y superfluas, el problema queda:

Fo: Max (-Z) = $3X_1 + 5X_2 + 0h_1 - Ma_2 - Ma_3 + 0S_3$

. Sa:

$X_1 + h_1 = 4$

$2X_2 + a_2 = 12$

$3X_1 + 2X_2 + a_3 - s_3 = 18$

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	a_3	S_3	LD
Z	1	-3	-5	0	M	M	0	0
Z	1	-3M-3	-4M-5	0	0	0	M	-30M
h_1	0	1	0	1	0	0	0	4
a_2	0	0	**2**	0	1	0	0	12
a_3	0	3	2	0	0	1	-1	18

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	a_3	S_3	LD
Z	1	-3M-3	0	0	2M + 5/2	0	M	30-6M
h_1	0	1	0	1	0	0	0	4
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
a_3	0	3	0	0	-1	1	-1	6
Z	1	0	0	0	M + 3/2	M+1	-1	36
h_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	1/3	2
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
X_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	-1/3	2

Z	1	0	0	3	M + 5/2	M	0	42
S_2	0	0	0	3	1	-1	1	6
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
X_1	0	1	0	1	0	0	0	4

SOLUCION :

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} S_2 \\ X_2 \\ X_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ H_1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z* = 42

METODO DE LAS DOS FASES.- Volvemos A plantear el problema con la diferencia que todos los coeficientes de las variables deben ser cero exceptuando las variables artificiales deben tener coeficiente 1 en la función objetivo; vale recalcar que se añaden las correspondientes variables de holgura y superfluas correspondientes

Fo: Max (-Z) = $0X_1 + 0X_2 + 0h_1 - 1a_2 - 1a_3 + 0S_3$

Sa:

$X_1 + h_1 = 4$

$2X_2 + a_2 = 12$

$3X_1 + 2X_2 + a_3 - s_3 = 18$

FASE 1

	Z	**X_1**	**X_2**	**h_1**	**a_2**	**A_3**	**S_3**	**LD**	
Z	1	0	0	0	1	1	0	0	
Z	1	-3	-4	0	0	0	M	-30	
h_1	0	1	0	1	0	0	0	4	
a_2	0	0	**2**	0	1	0	0	12	*-1
a_3	0	3	2	0	0	1	-1	18	*-1
Z	-1	-3	0	0	2	0		-6	
h_1	0	1	0	1	0	0	0	4	
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6	
a_3	0	**3**	0	0	-1	1	-1	6	
Z	-1	0	0	0	1	1	0	0	
S_3	0	0	0	1	1/3	-1/3	1/3	2	
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6	
X_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	-1/3	2	

Una vez que se el valor de la función objetivo se convierte en cero se pasa a la fase dos, claro está que se debe cumplir la condición de optimización. Si no se logra que el valor de la función objetivo sea cero entonces no existe solución básica factible

FASE 2

	Z	X_1	X_2	h_1	S_3	LD
Z	1	-3	-5	0	0	0
Z	1	0	0	0	-1	36
h_1	0	0	0	1	1/3	2
X_2	0	0	1	0	0	6
X_3	0	1	0	0	-1/3	2
Z	1	0	0	3	0	42
S_3	0	0	0	3	1	6
X_2	0	0	1	0	0	6
X_3	0	1	0	1	0	4

* 5
* 3

SOLUCION :

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} S_3 \\ X_2 \\ X_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ H_3 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$Z^* = 42$

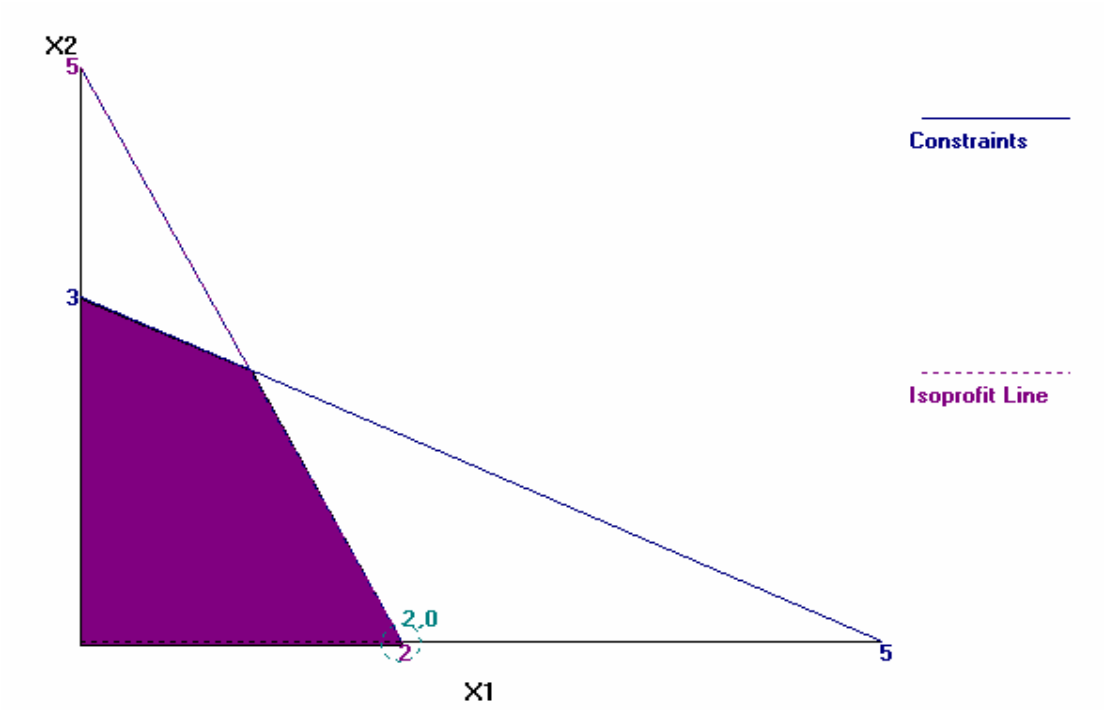
ANALISIS DE ACTIVIDAD

R1 es ACTIVA
R2 es ACTIVA
R3 es INACTIVA

2. El problema es:

Fo: Max (Z) = 5X1 + 2X2
Sa:
6X1 + 10X2 ≤ 30
10X1 + 4X2 ≤ 20
X1, X2 ≥ 0

SOLUCION POR EL METODO GRAFICO



El problema TIENE SOLUICION MULTIPLE

METODO SIMPLEX.- Volvemos A plantear el problema y lo formulamos en la forma estándar; vale recalcar que se añaden las correspondientes variables de holgura

Fo: Max (Z) = $5X_1 + 2X_2 + 0h_1 + 0h_2$

Sa:

$6X_1 + 10X_2 + h_1 = 30$

$10X_1 + 4X_2 + h_2 = 20$

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	LD
Z	1	-5	-2	0	0	0
h_1	0	6	10	1	0	30
h_2	0	10	4	0	1	20
Z	1	0	0	0	1/2	10
h_1	0	0	38/5	1	-3/5	18
X_1	0	1	2/5	0	1/10	2

PRIMERA SOLUCION :

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} H_1 \\ X_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} H_2 \\ X_2 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 18 \\ 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z* = 10

Se llega a la primera solución óptima, pero existe una variable que tiene coeficiente cero en la función objetivo y no se encuentra en la base; esto nos indica que el problema tiene ***SOLUCION MULTIPLE***; hacemos que esta ingrese a la base y hallamos una nueva solución

Z	1	0	0	0	1/2	10
$\mathbf{h_1}$	0	0	38/5	1	-3/5	18
$\mathbf{X_1}$	0	1	2/5	0	1/10	2
Z	1	0	0	0	1/2	10
$\mathbf{X_2}$	0	0	1	5/38	-3/38	45/19
$\mathbf{X_1}$	0	1	0	-1/19	5/38	20/19

SEGUNDA SOLUCION :

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 20/19 \\ 45/19 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z* = 10

Hallamos la RECTA solución mediante la combinación lineal de ambos soluciones encontradas

$$X^* = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}\lambda + \begin{bmatrix} 20/19 \\ 45/19 \end{bmatrix}(1-\lambda)$$

3. Cambiamos el problema a maximizar por lo que multiplicamos la función objetivo por (-1) y se tiene

Fo: Max (-Z) = - 2X1 - X2

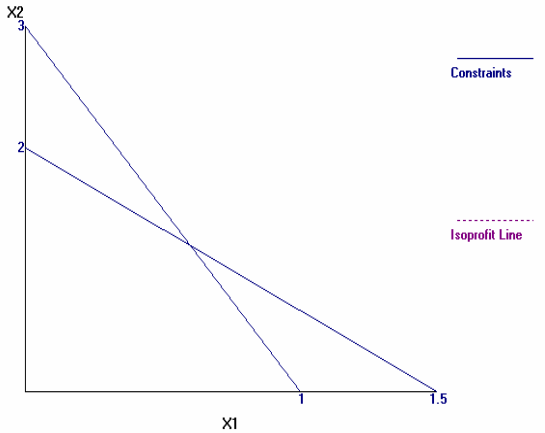
. Sa:

X1 ≥ 3

2X2 ≥ 6

3X1 + 2X2 ≥ 3

SOLUCION GRAFICA



NO EXISTE SOLUCION **FACTIBLE**

METODO DE LAS M: Se agregan variables de holgura, artificiales y superfluas, el problema queda:

Fo: Max (-Z) = - $2X_1$ - X_2 +$0S_1$ -M a_1– Ma_2 +$0S_2$– Ma_3 +$0S_3$

. Sa:

$3X_1 + X_2 - S_1 + a1 = 3$

$4X_1 + 3X_2 + a_2 – S2 = 6$

$-X_1 - 2X_2 + a_3 – s_3 = 3$

	Z	X_1	X_2	s_1	a_1	s_2	a_2	s_3	a_3	LD
Z	-1	2	1	0	M	0	M	0	M	0
Z	-1	2-6M	1-2M	M	0	M	0	M	0	-12M
a_1	0	**3**	1	-1	1	0	0	0	0	3
a_2	0	4	3	0	0	-1	1	0	0	6
a_3	0	1	-2	0	0	0	0	-1	1	3
Z	-1	0	1/3	2/3-M	2M-2/3	M	0	0	0	-2-6M
X_1	0	1	1/3	-1/3	1/3	0	0	0	0	1
A_2	0	0	5/3	4/3	-4/3	-1	1	0	0	2
A_3	0	0	-5/3	-1/3	1/3	0	0	-1	1	4
Z	**-1**	**0**	**5/4M -1/2**	**0**	**M**	**½+1/4M**	**3/4M-1/2**	**0**	**0**	**-3 - 9/2M**
X_1	0	0	¾	0	0	-1/4	¼	0	0	3/2
S_1	0	0	5/4	1	-1	-3/4	¾	0	0	3/2
A_3	0	1	-5/4	0	0	- 1/4	1/4	-1	1	3/2

SOLUCION: Se cumple con la condición de optimidad (todas las variables básicas tienen coeficiente cero en la función objetivo y además los valores de las variables no básicas en la función objetivo son positivos para el caso concreto de maximizar); pero las M no desaparecen de la función objetivo por lo tanto ***NO EXISTE SOLUCION BASICA FACTIBLE***

METODO DE LAS DOS FASES: Volvemos A plantear el problema con la diferencia que todos los coeficientes de las variables deben ser cero exceptuando las variables artificiales deben tener coeficiente 1 en la función objetivo; vale recalcar que se añaden las correspondientes variables de holgura y superfluas correspondientes

Fo: Max (-Z) = - $0X_1$ - $0X_2$ +$0S_1$ -M a_1– a_2 +$0S_2$– a_3 +$0S_3$

. Sa:

$3X_1 + X_2 - S_1 + a_1 = 3$

$4X_1 + 3X_2 + a_2 – S_2 = 6$

$-X_1 - 2X_2 + a_3 – s_3 = 3$

FASE 1

	Z	X_1	X_2	s_1	a_1	s_2	a_2	s_3	a_3	LD
Z	-1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
Z	-1	-6	-2	1	0	1	0	1	0	-12
a_1	0	**3**	1	-1	1	0	0	0	0	3
a_2	0	4	3	0	0	-1	1	0	0	6
a_3	0	1	-2	0	0	0	0	-1	1	3

Z	-1	0	0	-1	2	1	0	1	0	- 6
X_1	0	1	1/3	-1/3	1/3	0	0	0	0	1
A_2	0	0	5/3	**4/3**	-4/3	-1	1	0	0	2
A_3	0	0	-5/3	-1/3	1/3	0	0	-1	1	4
Z	-1	0	5/4	0	3	1/4	3/4	1	0	- 9/2
X_1	0	0	¾	0	0	-1/4	¼	0	0	3/2
S_1	0	0	5/4	1	-1	-3/4	¾	0	0	3/2
A_3	0	1	-5/4	0	0	- 1/4	1/4	-1	1	3/2

SOLUCION: No es posible pasar a la FASE 2 ya que la función objetivo no se hizo cero y ya se tiene la condición de optimizad por lo tanto **NO EXISTE SOLUCION BASICA FACTIBLE**

DUAL SIMPLEX Multiplicamos por (-1) a todos los lados derechos y añadimos variables de holgura ; se tiene :

Fo: Max (-Z) = $- 2X_1 - 1X_2 + 0h_1 + 0h_2 + h_3$

Sa:

$-3X_1 - X2 + h_1 = -3$

$-4X1 - 3X2 + h2 = -6$

$X_1 + 2X_2 + h_3 = -3$

	Z	**X_1**	**X_2**	**h_1**	**h_2**	**h_3**	**LD**
Z	-1	2	1	0	0	0	0
h_1	0	-3	-1	1	0	0	-3
h_2	0	-4	**-3**	0	1	0	-6
h_3	0	1	2	0	0	1	-3
Z	-1	2/3	0	0	1/3	0	-2
h_1	0	-5/3	0	1	-1/3	0	-1
X_2	0	4/3	1	0	-1/3	0	2
h_3	0	**-5/3**	0	0	2/3	1	-7
Z	-1	0	0	0	3/5	2/5	-24/5
h_1	0	0	0	1	-1	-1	6
X_2	0	0	1	0	1/5	4/5	-18/5
X_3	0	1	0	0	-2/5	-3/5	21/5

NO EXISTE SOLUCION BASICA FACTIBLE

4. Haciendo los cambios ($W_3^* = -W_3$) y multiplicando por (-1) todas las restricciones para resolver el problema mediante dual simplex se tiene:

Fo: Max $W = -5W_1 - 2W_2 - W3^* + 0h_1 + 0h_2 + 0h_3 + 0h_4$

Sa:

$$
\begin{aligned}
-W_1 - W_2 + W_3^* + h_1 &= -10\\
-5W_1 - W_3^* + h_2 &= -15\\
-W_1 + h_3 &= -1\\
-W_2 + h_4 &= -1
\end{aligned}
$$

$W_1, W_2, W_3^* \geq 0$

	Z	W_1	W_2	W_3^*	h_1	h_2	h_3	h_4	LD
Z	1	5	2	3	0	0	0	0	0
H_1	0	-1	-1	1	1	0	0	0	-10
H_2	0	**-5**	0	-1	0	1	0	0	-15
H_3	0	-1	0	0	0	0	1	0	-1
H_4	0	0	-1	0	0	0	0	1	-1
Z	1	0	2	2	0	1	0	0	-15
H_1	0	0	-1	6/5	1	-1/5	0	0	-7
W_1	0	1	0	1/5	0	-1/5	0	0	3
H_3	0	0	0	1/5	0	-1/5	1	0	2
H_4	0	0	-1	0	0	0	0	1	-1
Z	1	0	0	22/5	2	3/5	0	0	-29
W_2	0	0	1	-6/5	-1	1/5	0	0	7
W_1	0	1	0	1/5	0	-1/5	0	0	3
H_3	0	0	0	1/5	0	-1/5	1	0	2
H_4	0	0	0	-6/5	-1	1/5	0	1	6

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} W_3 \\ H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z* = - 29

5 Realizando los cambios respectivos ($X_1=X_1^* - X_1^{**}$ Y $X_2=X_2^*-X_2^{**}$) convirtiendo el problema a Maximizar y multiplicando todas las restricciones por -1 se tiene:

Fo: Max (-Z) = $- 3X_1^* + 3X_1^{**} + 2X_2^* - 2X_2^{**} + 0h_1 + 0h_2 + 0h_3 + 0h_4$

Sa:

$-X_1^* + X_1^{**} + X_2^* - X_2^{**} + h_1 = 0$

$-3X_1^* + 3X_1^{**} - 5X_2^* + 5X_2^{**} + h_2 = 0$

$-5X_1^* + 5X_1^{**} - 3X_2^* + 3X_2^{**} + h_3 = 0$

$-2X_1^* + 2X_1^{**} + 3X_2^* - 3X_2^{**} + h_4 = 0$

	Z	X_1^*	X_1^{**}	X_2^*	X_2^{**}	h_1	h_2	h_3	h_4	LD
Z	-1	3	-3	-2	2	0	0	0	0	0
H1	0	-1	**1**	1	-1	1	0	0	0	0
H2	0	-3	3	-5	5	0	1	0	0	0
H3	0	-5	5	-3	3	0	0	1	0	0
H4	0	-2	2	3	-3	0	0	0	1	0
Z	-1	0	0	1	-1	3	0	0	0	0
X_1^{**}	0	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0
H_2	0	0	0	-8	**8**	-3	1	0	0	0
H_3	0	0	0	-8	8	-5	0	1	0	0
H_4	0	0	0	1	-5	-2	0	0	1	0
Z	-1	0	0	0	0	21/8	1/8	0	0	0
X_1^{**}	0	-1	1	0	0	5/8	1/8	0	0	0
X_2^{**}	0	0	0	-1	1	-3/8	1/8	0	0	0
H_3	0	0	0	0	0	-2	-1	1	0	0
H_4	0	0	0	-4	0	-31/8	5/8	0	1	0

SOLUCION Todas las variables tanto básicas como no básicas toman el valor de CERO y la función objetivo Z será 0

6

Fo: Max (Z) = $X_1 + \alpha X_2 + \beta X_3$

Sa:

$X_1 - 2X_2 - 3X_3 \geq 10$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Convertimos a su forma estándar y tenemos :

Fo: Max (Z) = $X_1 + \alpha X_2 + \beta X_3 + 0S_1 - Ma_1$

Sa:

$X_1 - 2X_2 - 3X_3 - S_1 + a_1 \geq 10$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	a_1	LD
Z	1	-1	- α	- β	0	M	0
Z	0	-M-1	2M -α	3M-β	M	0	-10M
A_1	0	1	**-2**	-3	-1	1	10
Z	1	0	-2 - α	-3 - β	-1	M+1	10
X_1	0	1	-2	-3	-1	1	10

***-M**

SOLUCION NO ACOTADA

Si α es un valor negativo mayor que -2 y β un valor negativo mayor que -3 haríamos que los valores en la función objetivo tanto de X2 como de X3 sean positivos, pero aún tendríamos el problema de que el único valor negativo en la función objetivo correspondiente a S1 tenga en su columna otro valor negativo, lo cual impediría elegir el pivote.

Por lo tanto no importa la relación que exista entre α y β ya que siempre se obtendrá una SOLUCION NO ACOTADA

7. Tenemos el problema

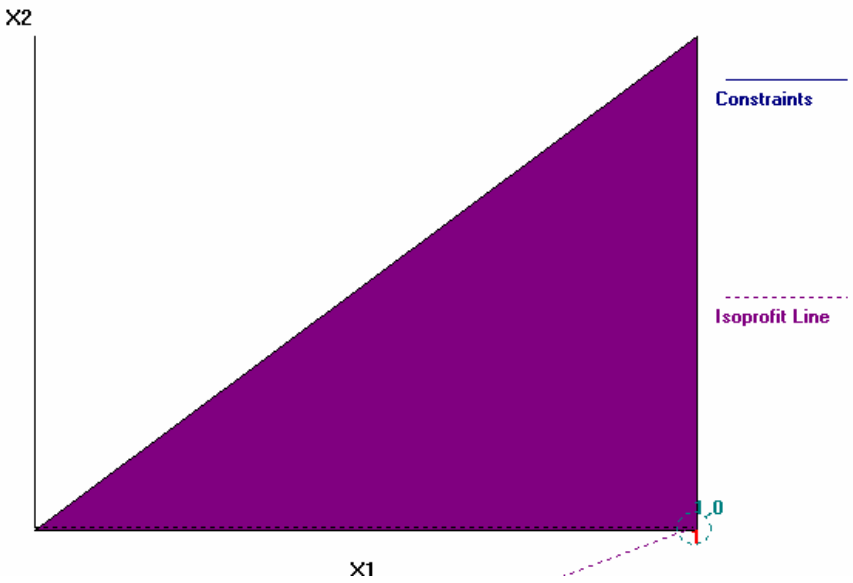
Fo: Max $Z = 2X_1 - 4X_2$

Sa:

$X_1 - X_2 \leq 1$

$X_1, X_2 \geq 0$

SOLUCION GRAFICA



SOLUCION POR EL SIMPLEX: Primero transformamos a su forma estándar agregando la variable de holgura

Fo: Max $Z = 2X_1 - 4X_2 + 0h_1$

Sa:

$X_1 - X_2 + h_1 = 1$

$X_1, X_2, \geq 0$

	Z	X_1	X_2	h_1	LD
Z	1	-2	4	0	0
h_1	0	1	**-1**	1	10
Z	1	0	2	2	2
X_1	0	1	-1	1	1

$$\frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{[X_1]}{\begin{bmatrix} H_1 \\ X_2 \end{bmatrix}} = \frac{[1]}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z* = 2

8. Tenemos el problema en su forma estándar

Fo: Max Z = 4680 + 2000X_1 +1000X_2 +0S_1 - M a_1– a_2 +0S_2– a_3 +0S_3

. Sa:

$2Y_1 + Y_2 - S_1 + a_1 = 3.96$

$Y_1 + Y_2 + a_2 - S_2 = 3.24$

$5Y_1 + a_3 - s_3 = 3.6$

	Z	X_1	X_2	s_1	a_1	s_2	a_2	s_3	a_3	LD
Z	1	-2000	-1000	0	M	0	M	0	M	4680
Z	1	-8M-2000	-2M-1000	M	0	M	0	M	0	-10.8M+4680
a_1	0	2	1	-1	1	0	0	0	0	3.96
a_2	0	1	1	0	0	-1	1	0	0	3.24
a_3	0	**5**	0	0	0	0	0	-1	1	3.6
Z	1	0	-2M-1000	M	0	M	0	-3/5M-400	13/5M+400	-5.04M+6120
A_1	0	0	1	-1	1	0	0	2/5	-2/5	2.52
A_2	0	0	1	0	0	-1	1	1/5	-1/5	2.52
X_1	0	1	0	0	0	0	0	-1/5	1/5	0.72
Z	1	0	0	-M-1000	2M+1000	M	0	1/5M	9/5M	8640
X_2	0	0	1	-1	1	0	0	2/5	-2/5	2.52
A_2	0	0	0	1	-1	-1	1	-1/5	1/5	0
X_1	0	1	0	0	0	0	0	-1/5	1/5	0.72
Z	1	0	0	0	M	-1000	M+1000	-200	2M+200	8640
X_2	0	0	1	0	0	-1	1	1/5	-1/5	2.52
S_1	0	0	0	1	-1	-1	1	-1/5	1/5	0
X_1	0	1	0	0	0	0	0	-1/5	1/5	0.72
Z	1	0	200	0	M	-2000	M+2000	0	2M	11160
S_3	0	0	5	0	0	-5	5	1	-1	12.6
S_1	0	0	1	1	-1	-1	1	0	0	2.52
X_1	0	1	1	0	0	-1	1	0	0	3.24

Aún no se cumple con la condición de optimizad y no es posible elegir pivote por lo tanto la solución es **NO ACOTADA**

9. Tenemos el problema

Fo: Max (Z) = $X_1 + \alpha X_2 + (1-2\alpha)X_3$

Sa:

$X_1 - 2X_2 - 3X_3 \geq 10$

$X_1, X_2 \leq 0$

X_3 no restringida

Convertimos a su forma estándar y realizamos los cambios de variable respectivos tenemos :

Fo: Max (Z) = $-X_1^* - \alpha X_2^* + (1-2\alpha)X_3^* - (1-2\alpha)X_3^{**} + 0S_1 - Ma_1$

Sa:

$-X_1^* + 2X_2^* - 3X_3^* + 3X_3^{**} - - S_1 + a_1 \geq 10$

$X_1, X_2, X_3^*, X3^{**} \geq 0$

	Z	X_1^*	X_2^*	X_3^*	X_3^{**}	S_1	a_1	LD
Z	1	1	α	$-1+2\alpha$	$1-2\alpha$	0	M	0
Z	0	M+1	$-2M+\alpha$	$3M-1+2\alpha$	$-3M+1-2\alpha$	M	0	-10M
A_1	0	-1	**2**	-3	**3**	-1	1	10
Z	1	4/3 -2/3 α	$7/3\alpha - 2/3$	0	0	1/3 -2/3α	M -1/3+2/3 α	$20/3\alpha - 10/3$
X_3^{**}	0	-1/3	2/3	-1	1	-1/3	1/3	10/3

Para valores $0 < \alpha < 1/2$ la solución encontrada es X3 = -10/3 y Z=20/3α -10/3

Si $\alpha \geq 1/2$ la solución es NO ACOTADA

Si $\alpha \leq 0$ tenemos

	Z	X_1^*	X_2^*	X_3^*	X_3^{**}	S_1	a_1	LD
Z	1	4/3 -2/3 α	$7/3\alpha - 2/3$	0	0	1/3 -2/3α	M -1/3+2/3 α	$20/3\alpha - 10/3$
$X_{3^{**}}$	0	-1/3	2/3	-1	1	-1/3	1/3	10/3
Z	1	$1 + 1/2\alpha$	0	$7/2\alpha - 1$	$-7/2\alpha + 1$	$1/2\alpha$	M -1/3α	$- 5\alpha$
X_2	0	-1/2	1	-3/2	3/2	-1/2	1/2	5

No es posible elegir pivote por tanto.

Para valores $\alpha \leq 0$ la solución es NO ACOTADA

RANGOS	SOLUCION
$\alpha \leq 0$	**NO ACOTADA**
$0 < \alpha < 1/2$	**X3=-10/3 y Z = 20/3α -10/3**
$\alpha \geq 1/2$	**NO ACOTADA**

11. a) Planteamos el problema en su forma estándar y resolviendo gráficamente tenemos:

Fo: Min Z = $4X_1 + 5X_2$

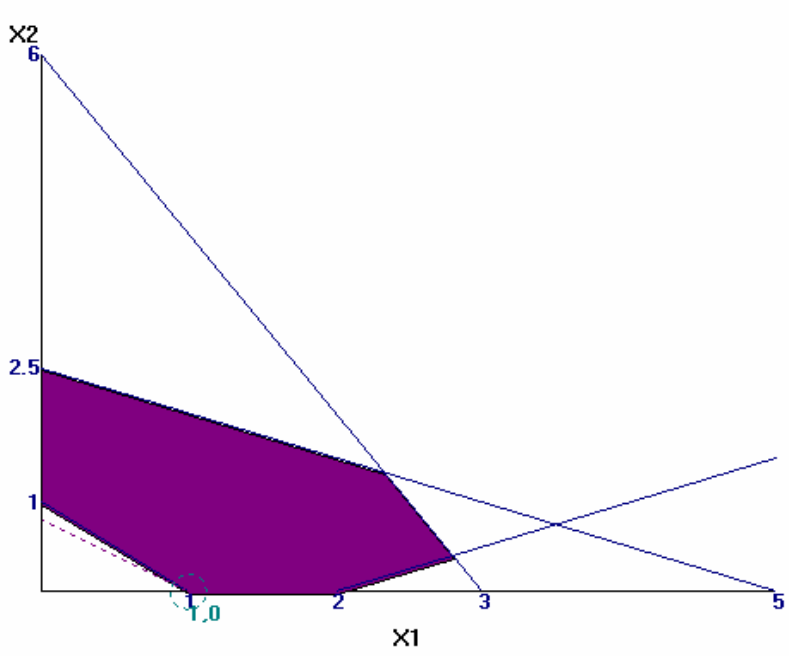
Sa:

$$
\begin{array}{rrrrrl}
X_1 & -2X_2 & +h_1 & & = 2 & (R1) \\
2X_1 & +X_2 & +h_2 & & = 6 & (R2) \\
X_1 & +2x_2 & +h_3 & & = 5 & (R3) \\
X_1 & +X_2 & & -s_4 & = 1 & (R4) \\
X_1 & & & & \geq 0 & (R5) \\
 & X_2 & & & \geq 0 & (R6)
\end{array}
$$

RESTRICCIONES FUNCIIONALES

RESTRICCIONES DE NO NEGATIVIDAD

SOLUCION GRAFICA



Para Hallar la solución por puntos extremos encontramos el número de combinaciones, para lo cual se toma el número de restricciones funcionales (m) que en este caso son 4 y el número de variables (n) que en este caso son 2

$$C_m^{m+n} = \frac{(m+n)!}{m!n!}$$

$$C_4^{4+2} = \frac{(4+2)!}{4!2!}$$

$$C_4^{4+2} = 15$$

El número de combinaciones es 15

LA TABLA DE PUNTOS EXTREMOS PARA ESTE PROBLEMA ES LA SIGUIENTE

N	Combinación	Pto extremo X_1 , X_2	VARIABLES						Z	OBS
			X_1	X_2	H_1	H_2	H_3	S_4		
1	R1 Y R2	14/5 , 2/5	14/5	2/5	0	0	7/5	11/ 5	60/5	SBF
2	R1 Y R3	7/2 , 3/4	7/2	3/4	0	-7/4	0	13/4		SBNF
3	R1Y R4	4/3 , -1/3	4/3	-1/3	0	11/3	13/3	0		SBNF
4	R1 Y R5	0 , -1	0	-1	0	7	7	-2		SBNF
5	R1Y R6	2 , 0	2	0	0	2	1	1	8	SBF
6	R2 Y R3	7/3 , 4/3	7/3	4/3	7/3	0	0	8/3	48/3	SBF
7	R2 Y R4	5 , 4	5	-4	-11	0	8	0		SBNF
8	R2 Y R5	0 , 6	0	6	14	0	-7	5		SBNF
9	R2 Y R6	3 , 0	3	0	-1	0	2	2		SBNF
10	R3 Y R4	-3 , 4	-3	4	13	8	0	0		SBNF
11	R3 Y R5	0 , -5/2	0	-5/2	-3	17/2	0	-7/2		SBNF
12	R3 Y R6	5 , 0	5	0	-3	-4	0	4		SBNF
13	R4 Y R5	0 , 1	0	1	4	5	3	0	5	SBF
14	R4 Y R6	1 , 0	1	0	1	4	4	0	4	SBF
15	R5 Y R6	0 , 0	0	0	2	6	5	-1		SBNF

Aquellas soluciones donde se tenga alguna variable negativa se convierten en Soluciones Básicas No Factibles (SBNF) ya que no cumplen con la condición de no negatividad

SOLUCION: El Z mínimo es 4 con valores para X1 = 1 y X2 =0

$$X = \frac{X_B}{X_{NB}} = \frac{\begin{bmatrix} X_1 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} X_2 \\ S_4 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Z*=4

b) Planteamos el problema en su forma estándar:

Fo: Min $Y_0 = 10Y_1 + 30Y_2$

Sa:

$-Y_1 - Y_2 + a_1 = 2$ (R1)
$Y_1 - 2Y_2 - s_2 = 6$ (R2)

RESTRICCIONES FUNCIIONALES

$Y_1 \geq 0$ (R3)
$Y_2 \geq 0$ (R4)

RESTRICCIONES DE NO NEGATIVIDADAD

Para Hallar la solución por puntos extremos encontramos el número de combinaciones, para lo cual se toma el número de restricciones funcionales (m) que en este caso son 2 y el número de variables (n) que en este caso son 2

$$C_m^{m+n} = \frac{(m+n)!}{m!\,n!}$$

$$C_2^{2+2} = \frac{(2+2)!}{2!2!}$$

$$C_2^{2+2} = 6$$

El número de combinaciones es 6

LA TABLA DE PUNTOS EXTREMOS PARA ESTE PROBLEMA ES LA SIGUIENTE

N	Combinación	Pto extremo X_1 , X_2	VARIABLES				Z	OBS
			Y_1	Y_2	a_1	S_4		
1	R1 Y R2	-5 , -5	-5	-5	0	0		SBNF
2	R1 Y R3	0 , -10	0	-10	0	15		SBNF
3	R1Y R4	-10 , 0	-10	0	0	-15		SBNF
4	R2 Y R3	0 ,--5/2	0	-5/2	15/2	0		SBNF
5	R2Y R4	5 , 0	5	0	15	0		SBNF
6	R3 Y R4	0 , 0	0	0	10	-5		SBNF

Aquellas soluciones donde se tenga alguna variable negativa se convierten en Soluciones Básicas No Factibles (SBNF) ya que no cumplen con la condición de no negatividad
En la combinación R2 y R4 todos los valores son positivos pero la variable artificial a es básica lo cuál hace que se invalide esta solución ya que en ningún caso la variable artificial puede estar en la base; por esto se convierte en una Solución Básica No Factible

12. Planteamos la tabla inicial, tomando en cuenta que solucionaremos este mediante el método de las M por lo que necesitamos corregir la función objetivo inicial

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	a_1	S_2	A_2	LD
Z	1	-2	0	0	0	0	M	0	M	0
Z	1	2M-2	-M	2M	-2M	M	0	M	0	-2M
a_1	0	-1	1	-3	0	-1	1	0	0	1
a_2	0	-1	0	1	2	0	0	-1	1	1

Hallamos B^{-1} para la tabla óptima tomando en cuenta que las variables finales deben ser X2 y X4

	A_1	A_2	X_2	X_4
	1	0	1	0
	0	1	0	2
B^{-1} →	1	0	1	0
	0	1/2	0	1

Hallamos el lado derecho de la tabla óptima (X_B)

$$X_B = B^{-1}b$$

$$X_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Hallamos las posiciones Yj:

$$Y_1 = B^{-1}a_1 \qquad Y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad Y_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = B^{-1}a_3 \qquad Y_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad Y_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

$$Y_5 = B^{-1}a_5 \qquad Y_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad Y_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_7 = B^{-1}a_7 \qquad Y_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad Y_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

Hallamos el vector Π

$$\Pi = C_B B^{-1}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} M & 2M \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} M & M \end{bmatrix}$$

Hallamos los coeficientes en la función objetivo

$$Z_1 - c_1 = \Pi a_1 - c_1$$

$$Z_1 - c_1 = \begin{bmatrix} M & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 2M - 2 = -2$$

$$Z_3 - c_3 = \Pi a_3 - c_3$$

$$Z_3 - c_3 = \begin{bmatrix} M & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} + 2M = 0$$

$$Z_5 - c_5 = \Pi a_5 - c_5$$

$$Z_5 - c_5 = \begin{bmatrix} M & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + M = 0$$

$$Z_7 - c_7 = \Pi a_7 - c_7$$

$$Z_7 - c_7 = \begin{bmatrix} M & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + M = 0$$

Finalmente hallamos el Z*

$$Z^* = C_B X_B$$

$$Z^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

$$Z^* = 0$$

Luego la tabla óptima será:

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	a_1	S_2	A_2	LD
Z	1	-2	0	0	0	0	M	0	M	0
X_2	0	-1	1	-3	0	-1	1	0	0	1
X_4	0	-1/2	0	1/2	1	0	0	-1/2	½	1/2

Donde podemos observar que se tiene una solución NO ACOTADA ya que no es posible la elección de pivote

13. Planteamos la tabla inicial, tomando en cuenta que solucionaremos este mediante el método de las M por lo que necesitamos corregir la función objetivo inicial

	Z	X_1	X_2	S_1	a_1	H_2	LD
Z	1	-a	-b	0	M	0	0
Z	1	-4M-a	2M-b	M	0	0	-12M
a_1	0	4	-2	-1	1	0	12
h_2	0	2	-1	0	0	1	6

Hallamos B^{-1} para la tabla óptima tomando en cuenta que las variables finales deben ser X1 y H2

	A1	H2	X1	H2
	1	0	4	0
	0	1	2	1
B^{-1} →	1/4	0	1	0
	-1/2	1	0	1

Hallamos el lado derecho de la tabla óptima (X_B)

$$X_B = B^{-1}b$$

$$X_B = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$X_B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hallamos las posiciones Yj:

$$Y_2 = B^{-1}a_1$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = B^{-1}a_3$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} -1/4 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Hallamos el vector Π

$$\Pi = C_B B^{-1}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 4M + a & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} M + a/4 & 0 \end{bmatrix}$$

Hallamos los coeficientes en la función objetivo

$$Z_2 - c_2 = \Pi a_2 - c_2$$

$$Z_2 - c_2 = \begin{bmatrix} M + a/4 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + 2M - b$$

$$Z_2 - c_2 = -1/2\, a - b$$

$$Z_3 - c_3 = \Pi a_3 - c_3$$

$$Z_3 - c_3 = \begin{bmatrix} M + a/4 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + M$$

$$Z_3 - c_3 = -a/4$$

Finalmente hallamos el Z*

$$Z^* = C_B X_B$$

$$Z^* = \begin{bmatrix} a & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Z^* = 12a$$

Luego la tabla óptima será:

	Z	X_1	X_2	S_1	a_1	H_2	LD
Z	1	0	-1/2a -b	-1/4 a	M + a/4	0	12a
X_1	0	1	-1/2	-1/4	1/4	0	3
a_2	0	0	0	1/2	-1/2	1	0

14. En la tabla de iteración 1 completamos los espacios e identificamos B^{-1}

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	LD
Z	1	-200	**0**	**0**	300	**4800**
H_1	0	3/2	**0**	**1**	α-2	8α+16
X_2	0	-1/2	**1**	**0**	1/2	8

Л

B^{-1}

CALCULOS PARA HALLAR VALORES EN LA ITERACION CERO

Hallamos el lado derecho de la tabla inicial (b)

$$X_B = B^{-1}b$$

$$\begin{bmatrix} 8\alpha+16 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha-2 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$b_1+(\alpha-2)b_2 = 8\alpha+16$

$\frac{1}{2}\, b_2 = 8$

Resolviendo tenemos:

$b_1 = 48 - 8\alpha$

$b_2 = 16$

Hallamos las posiciones aj:

$$Y_1 = B^{-1}a_1$$

$$\begin{bmatrix} 3/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha-2 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix}$$

$a_{11}+ (\alpha-2)a_{21} = 3/2$

$\frac{1}{2}\, a_{21} = -1/2$

Resolviendo tenemos:

$a_{11} = \alpha - 1/2$

$a_{21} = -1$

$$Y_2 = B^{-1}a_2$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha-2 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}$$

$a_{12}+ (\alpha-2)a_{22} = 0$

$\frac{1}{2}\, a_{22} = 1$

Resolviendo tenemos:

$a_{12} = 4 - 2\alpha$

$a_{22} = 2$

Hallamos los costos Cj

$$Z_1 - c_1 = \Pi a_1 - c_1$$
$$-200 = \begin{bmatrix}0 & 300\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha - 1/2 \\ -1\end{bmatrix} - c_1$$
$$c_1 = -100$$

$$Z_2 - c_2 = \Pi a_2 - c_2$$
$$0 = \begin{bmatrix}0 & 300\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 - 2\alpha \\ 2\end{bmatrix} - c_2$$
$$c_2 = 600$$

CALCULO PARA HALLAR EL VALOR DE Z EN LA ITERACION 1

$$Z^* = C_B X_B$$
$$Z^* = \begin{bmatrix}0 & 600\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8\alpha + 16 \\ 8\end{bmatrix}$$
$$Z^* = 4800$$

CALCULO PARA HALLAR VALORES EN LA TABLA OPTIMA

Hallamos B-1 para la tabla óptima tomando en cuenta que las variables finales son X1 y X2

	H_1	H_2	X_1	X_2
	1	α -2	3/2	0
	0	½	-1/2	1
B^{-1} →	2/3	2/3 α - 4/3	1	0
	1/3	1/3 α - 1/6	0	1

Hallamos el lado derecho de la tabla óptima X_B

$$X_B = B^{-1}b$$
$$X_B = \begin{bmatrix}2/3 & 2/3\alpha - 4/3 \\ 1/3 & 1/3\alpha - 1/6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}48 - 8\alpha \\ 16\end{bmatrix}$$
$$X_B = \begin{bmatrix}32/3 + 16/3\alpha \\ 40/3 + 8/3\alpha\end{bmatrix}$$

Hallamos el vector Π

$$\Pi = C_B X_B$$
$$\Pi = \begin{bmatrix}-100 & 600\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2/3 & 2/3\alpha - 4/3 \\ 1/3 & 1/3\alpha - 1/6\end{bmatrix}$$
$$\Pi = \begin{bmatrix}400/3 & 100/3 + 400/3\,\alpha\end{bmatrix}$$

Finalmente hallamos el Z*

$$Z^* = C_B X_B$$

$$Z^* = \begin{bmatrix} -100 & 600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 32/3 + 16/3\alpha \\ 40/3 + 8/3\alpha \end{bmatrix}$$

$$Z^* = 20800/3 + 3200/3\alpha$$

Luego la tabla de iteración cero será:

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	LD
Z	1	100	-600	0	0	0
H_1	0	α -1/2	4-2α	1	0	48-8α
H_2	0	-1	2	0	1	16

La tabla óptima será

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	400/3	100/3 + 400/3 α	20800/3 + 3200/3 α
X_1	0	1	0	2/3	2/3 α - 4/3	32/3 + 16/3α
X_2	0	0	1	1/3	1/3 α - 1/6	40/3 + 8/3 α

CAPITULO 4
TEORIA DE LA DUALIDAD

1.

a) Planteamos el problema dual

PRIMAL	DUAL
Fo: Max $W = -5W_1 - 2W_2 + W_3$	Fo: Min $Y = 10Y_1 + 15Y_2 + Y_3 + Y_4$
Sa: $W_1 + W_2 + W_3 \geq 10$ $5W_1 - W_3 \geq 15$ $W_1, W_2 \geq 1$ $W_3 \leq 0$	Sa: $Y_1 + 5Y_2 + Y_3 \geq -5$ $Y_1 + Y_4 \geq -2$ $Y_1 - Y_2 \leq 1$ $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 \leq 0$

Resolvemos el problema Dual realizando los siguientes cambios:

- Multiplicamos por (-1) la función objetivo para cambiarla a maximizar
- Yi = -Yi*
- Multiplicamos por (-1) a las restricciones uno y dos

Por lo tanto el problema queda:

Fo: Max(-Y) = $10Y_1^* + 15Y_2^* + Y_3^* + Y_4^*$

Sa: $Y_1^* + 5Y2^* + Y_3^* \leq -5$
$Y_1^* + Y_4^* \leq -2$
$-Y_1^* + Y_2^* \leq 1$

$Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*, Y_4^* \geq 0$

	Z	Y_1^*	Y_2^*	Y_3^*	Y_4^*	h_1	h_2	h_3	LD
Z	-1	-10	-15	-1	-1	0	0	0	0
H_1	0	1	**5**	1	0	1	0	0	5
H_2	0	1	0	0	1	0	1	0	2
H_3	0	-1	1	0	0	0	0	1	1
Z	-1	-7	0	2	-1	3	0	0	15
Y_2^*	0	1/5	1	1/5	0	1/5	0	0	1
H_2	0	**1**	0	0	1	0	1	0	2
H_3	0	-6/5	0	-1/5	0	-1/5	0	1	0
Z	-1	0	0	2	6	**3**	**7**	**0**	29
Y_2^*	0	0	1	1/5	-1/5	1/5	-1/5	0	3/5
Y_1^*	0	1	0	0	1	0	1	0	2
H_3	0	0	0	-1/5	6/5	-1/5	6/5	1	12/5

Realizamos los cambios respectivos ($Y_2 = -3/5$ y $Y_1 = -2$) y tenemos las soluciones simétricas:

Solución Primal **W_1=3 W_2= 7 W_3= 0**
Solución Dual : Y_1= - 2 Y_2 = -3/5 Y_3= 0 Y_4= 0

El valor de la función objetivo será: **Z= -29**

Propiedad de holgura complementaria

i) Si Xj > 0 entonces $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} Y_i = c_j$

- W1 > 0 entonces .

$$\sum_{i=1}^{4} a_{i1} Y_1 = c_1$$
$$a_{11} Y_1 + a_{21} Y_2 + a_{31} Y_3 + a_{41} Y_4 = C_1$$
$$1 * (-2) + 5 * (-3/5) + 1 * 0 + 0 * 0 = -5$$
$$-5 = -5$$

- W2 > 0 entonces:

$$\sum_{i=1}^{4} a_{i2} Y_2 = c_2$$
$$a_{12} Y_1 + a_{22} Y_2 + a_{32} Y_3 + a_{42} Y_4 = C_2$$
$$1 * (-2) + 0 * (-3/5) + 1 * 0 + 0 * 0 = -2$$
$$-2 = -2$$

Podemos observar que en ambos casos se cumple

ii) Si Yi = 0 entonces Ri es INACTIVA
Si Yi ≠0 entonces Ri es ACTIVA

Y1 ≠ 0 entonces R1 es ACTIVA
Y2 ≠ 0 entonces R2 es ACTIVA
Y3 = 0 entonces R3 es INACTIVA
Y4 = 0 entonces R4 es INACTIVA

b) Planteamos el problema dual

PRIMAL	DUAL
Fo: Min $Z = 4X_1 + 5X_2$	Fo: Max $Y = 2Y_1 + 6Y_2 + 5Y_3 + Y_4$
Sa: $X_1 - 2X_2 \le 2$ $2X_1 + X_2 \le 6$ $X_1 + 2X_2 \le 5$ $X_1 + X_2 \le 1$ $X_1, X_2 \ge 0$	Sa: $Y_1 + 2Y_2 + Y_3 + Y_4 \le 4$ $-2Y_1 + Y_2 + 2Y_3 + Y_4 \le 5$ $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 \le 0$ $Y_4 \ge 0$

Resolvemos el problema Dual realizando los siguientes cambios:

- Yi = -Yi*

Por lo tanto el problema queda:

Fo: Max $Y = -2Y_1^* - 6Y_2^* - 5Y_3^* + Y_4$

Sa: $-Y_1^* - 2Y_2^* - Y_3^* + Y_4 \le 4$
$2Y_1^* - Y_2^* - 2Y_3^* + Y_4 \le 5$

$Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*, Y_4 \ge 0$

	Z	Y_1^*	Y_2^*	Y_3^*	Y_4	h_1	h_2	LD
Z	1	2	6	5	-1	0	0	0
H_1	0	-1	-2	-1	**1**	1	0	4
H_2	0	2	-1	-2	1	0	1	5
Z	1	1	4	4	0	1	0	4
Y_4	0	-1	-2	-1	1	1	0	4
H_2	0	3	1	-1	0	-1	1	1

Realizamos los cambios respectivos (:

Solución Primal **$X_1=1$ $X_2=0$**
Solución Dual : $Y_1= 0$ $Y_2 = 0$ $Y_3= 0$ $Y_4= 4$

El valor de la función objetivo será: **Z= 4**

Propiedad de holgura complementaria

i) Si Xj > 0 entonces $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} Y_i = c_j$

- $X_1 > 0$ entonces .

$$\sum_{i=1}^{4} a_{i1} Y_1 = c_1$$

$$a_{11} Y_1 + a_{21} Y_2 + a_{31} Y_3 + a_{41} Y_4 = C_1$$

$$1 * 0 + 2 * 0 + 1 * 0 + 1 * 4 = 4$$

$$4 = 4$$

Podemos observar que se cumple

ii) Si Yi = 0 entonces Ri es INACTIVA
Si Yi ≠0 entonces Ri es ACTIVA

Y1 = 0 entonces R1 es INACTIVA
Y2 = 0 entonces R2 es INACTIVA
Y3 = 0 entonces R3 es INACTIVA
Y4 ≠ 0 entonces R4 es ACTIVA

c) Planteamos el problema dual

PRIMAL	DUAL
Fo: Max Y = $10Y_1 + 30Y_2$	Fo: Min Z = $10X_1 + 5X_2$
Sa: $-Y_1 - Y_2 - Y_3 = 10$ $-2Y_2 + Y_3 \geq 5$ $Y_1, Y_2, Y_3 \leq 0$	Sa: $-X_1 \leq 10$ $-X_1 - 2X_2 \leq 30$ $-X_1 + X_2 \leq 0$ Y_1 No restringida $X_2 \leq 0$

Resolvemos el problema Primal realizando los siguientes cambios:

- Yi = -Yi*

Por lo tanto el problema queda:

Fo: Max Y = $-10Y_1^* - 30Y_2^*$

Sa: $Y_1^* + Y_2^* - Y_3^* = 10$
$2Y_2^* - Y_3^* \geq 5$

$Y_1^*, Y_2^*, Y_3^* \geq 0$

	Z	Y_1*	Y_2*	Y_3*	a_1	S_2	a_2	LD
Z	1	10	30	0	M	0	M	
Z	0	-M+10	-3M+30	0	0	M	0	-15M
A_1	0	1	1	1	1	0	0	10
A_2	0	0	**2**	-1	0	-1	1	5
Z	1	-M+10	0	-3/2M+15	0	-1/2M+15	3/2M-15	-15/2M-75
A_1	0	1	0	**3/2**	1	1/2	-1/2	15/2
Y_2*	0	0	1	-1/2	0	-1/2	1/2	5/2
Z	1	0	0	0	**M-10**	10	**M-10**	-150
Y_3*	0	2/3	0	1	2/3	1/3	-1/3	5
Y_2*	0	1/3	1	0	1/3	-1/3	1/3	5

Realizamos los cambios respectivos (Y_2 = -5 y Y_3= -5) y tenemos las soluciones simétricas:

Solución Primal **Y_1=0 Y_2= -5 Y_3=-5**
Solución Dual : **X_1= -10 X_2 = -10**

El valor de la función objetivo será: **Z= -150**

Propiedad de holgura complementaria

i) Si Yj > 0 entonces $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} X_i = c_j$

- Y2 > 0 entonces .

$$\sum_{i=1}^{2} a_{i2} X_i = c_2$$

$$a_{12} X_1 + a_{22} Y_2 = C_2$$

$$-1 * (-10) + (-2) * (-10) = 30$$

$$30 = 30$$

- Y3 > 0 entonces:

$$\sum_{i=1}^{4} a_{i3} X_i = c_3$$

$$a_{13} X_1 + a_{23} X_2 = C_3$$

$$-1 * (-10) + 1 * (-10) = 0$$

$$0 = 0$$

Podemos observar que en ambos casos se cumple

ii) Si Xi = 0 entonces Ri es INACTIVA
Si Xi ≠0 entonces Ri es ACTIVA

$X_1 \neq 0$ entonces R1 es ACTIVA
$X_2 \neq 0$ entonces R2 es ACTIVA

d) Planteamos el problema dual

PRIMAL	**DUAL**
Fo: Max $Z = 2X_1$ Sa: $-X_1 + X_2 - 3X_3 \geq 1$ $-X_1 + X_3 + 2X_4 \geq 1$ $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$	Fo: Min $Z = Y_1 + Y_2$ Sa: $-Y_1 - Y_2 \geq 2$ $Y_2 \geq 0$ $-3Y_1 + Y_2 \geq 0$ $2Y_2 \geq 0$ $Y_1, Y_2 \leq 0$

Resolvemos el primal mediante el uso del software QSB y tenemos

Iteration 1		**X1**	**X2**	**X3**	**X4**	**A1**	**S1**	**A2**	**S2**	**LD**
	cj-zj	2	1	2	-2	0	1	0	1	
0	artfcl 1	-1	1	-3	0	1	-1	0	0	1
0	artfcl 2	-1	0	1	**2**	0	0	1	-1	1
Iteration 2										
	cj-zj	1	-1	3	0	0	1	1	0	
0	artfcl 1	-1	**1**	-3	0	1	-1	0	0	1
0	X4	-0.5	0	0.5	1	0	0	0.5	-0.5	0.5
Iteration 3										
	cj-zj	0	0	0	0	1	0	1	0	
0	X2	-1	1	-3	0	1	-1	0	0	1
0	X4	-0.5	0	0.5	1	0	0	0.5	-0.5	0.5
Iteration 4										
	cj-zj	2	0	0	0	0	0	0	0	
0	X2	-1	1	-3	0	1	-1	0	0	1
0	X4	-0.5	0	0.5	1	0	0	0.5	-0.5	0.5

Como no es posible elegir pivote entonces tenemos una solución no acotada; por lo que el dual no tendrá solución básica factible

e) Planteamos el problema dual

PRIMAL	DUAL
Fo: Max $Z = aX_1 + bX_2$ donde b>a	Fo: Min $Y = 12Y_1 + 6Y_2$
Sa: $4X_1 - 2X_2 \geq 12$ $2X_1 - X_2 \leq 6$ $X_1, X_2 \geq 0$	Sa: $4Y_1 + 2Y_2 \geq a$ $-2Y_1 - Y_2 \geq b$ $Y_1 \leq 0$ $Y_2 \geq 0$

Resolvemos el problema Primal

	Z	X_1	X_2	s_1	a_1	h_2	LD
Z	1	-a	-b	0	M	0	0
Z	1	-4M-a	2M-b	M	**0**	0	-12M
H_1	0	**4**	-2	-1	1	0	12
H_2	0	2	-1	0	0	1	6
Z	1	0	-a/2 - b	-a/4	**M + a/4**	**0**	3a
X_1	0	1	-1/2	-1/4	1/4	0	3
H_2	0	0	0	1/2	-1/2	1	0

Esta solución se convierte en SOLUCION BÁSICA FACTIBLE si a y b son negativos; caso contrario se la solución será NO ACOTADA porque no es posible elegir pivote

Tomaremos la primera suposición

Solución Primal **X_1=3 X_2= 0**
Solución Dual : Y_1= a/4 Y_2 = 0

El valor de la función objetivo será: **Z= 3a**

Propiedad de holgura complementaria
i) Si Xj > 0 entonces

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} Y_i = c_j$$

- $X_1 > 0$ entonces .

$$\sum_{i=1}^{2} a_{i1} Y_1 = c_1$$

$$a_{11} Y_1 + a_{21} Y_2 = C_1$$

$$4 * \frac{a}{4} + 2 * 0 = a$$

$$a = a$$

Podemos observar que se cumple

ii) Si Yi = 0 entonces Ri es INACTIVA
Si Yi ≠0 entonces Ri es ACTIVA
Y1 ≠ 0 entonces R1 es ACTIVA
Y2 = 0 entonces R2 es INACTIVA

f) Planteamos el problema dual

PRIMAL	DUAL
Fo: Min Z = $3X_1 - 2X_2$	Fo: Miax Y = $4Y_4$
Sa: $X_1 + X_2 \geq 0$ $3X_1 + 5X_2 \geq 0$ $5X_1 + 3X_2 \geq 0$ $2X_1 - 3X_2 \geq 4$ X_2 ,X_2 no restringida	Sa: $Y_1 + 3Y_2 + 5Y_3 + 2Y_4 = 3$ $Y_1 + 5Y_2 + 3Y_3 - 3Y_4 = -2$ $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 \geq 0$

Resolvemos el problema Dual multiplicando la restricción 2 por (-1) y tenemos:

Fo: Miax Y = $4Y_4$

Sa: $Y_1 + 3Y_2 + 5Y_3 + 2Y_4 = 3$
$-Y_1 - 5Y_2 - 3Y_3 + 3Y_4 = 2$

$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 \geq 0$

Resolviendo tenemos

	Z	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	a_1	a_2	LD
Y	1	0	0	0	-4	M	M	0
Y	1	0	2M	-2M	-5M-4	0	0	-5M
A1	0	1	3	5	2	1	0	3
A2	0	-1	-5	-3	**3**	0	1	2
Y	1	-5/2M-4/3	-19/3M-20/3	-7M-4	0	0	5/3M+4/3	-5/3M+8/3
A1	0	5/3	19/3	**7**	0	1	-2/3	5/3
Y_4	0	-1/3	-5/3	-1	1	0	1/3	2/3
Y	1	-8/21	-64/21	0	0	M+4/7	M+20/21	76/21
Y_3	0	5/21	**19/21**	1	0	1/7	-2/21	5/3
Y_4	0	-2/21	-16/21	0	1	1/7	5/21	19/21
Y	1	8/19	0	64/19	0	M+20/19	M+12/19	84/19
Y_2	0	5/19	1	21/19	0	3/19	-2/19	5/19
Y_4	0	2/19	0	16/19	1	5/19	3/19	21/19

Solución : **Y_1=0 Y_2= 5/19 Y_3=0 Y_4=21/19**
Solución : **X_1= 20/19 X_2 = 12/19**

El valor de la función objetivo será: **Z= 84/19**

Propiedad de holgura complementaria

i) Si Yj > 0 entonces $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} X_i = c_j$

- Y2 > 0 entonces .

$$\sum_{i=1}^{2} a_{i2} X_i = c_2$$

$$a_{12} X_1 + a_{22} Y_2 = C_2$$

$$3 * (20/19) + (-5) * (12/19) = 0$$

$$0 = 0$$

- Y4 > 0 entonces:

$$\sum_{i=1}^{2} a_{i4} X_i = c_3$$

$$a_{14} X_1 + a_{24} X_2 = C_3$$

$$2 * (20/19) + 3 * (12/19) = 4$$

$$4 = 4$$

Podemos observar que en ambos casos se cumple

ii) Si Xi = 0 entonces Ri es INACTIVA
Si Xi ≠0 entonces Ri es ACTIVA

$X_1 \neq 0$ entonces R1 es ACTIVA
$X_2 \neq 0$ entonces R2 es ACTIVA

g) Planteamos el problema dual

PRIMAL	DUAL
Fo: Min $Y = Y_1 - Y_2 - Y_3$	Fo: Miax $z = 2X_1$
Sa: $Y_1 + Y_2 + Y_3 \geq 2$ $2Y_1 - Y_2 \geq 0$ $3Y_2 - Y_3 \geq 0$ $Y_1 - 2Y_3 \geq 0$ $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 \geq 0$	Sa: $X_1 + 2X_2 + X_4 \leq 1$ $X_1 - 5X_2 + 3X_3 \leq -1$: $X_1 - X_3 - 2X_4 \leq -1$ $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

Resolvemos mediante el uso del QSB

	Y1	Y2	Y3	A1	S1	A2	S2	A3	S3	A4	S4	LD
cj-zj	4	3	-2	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	
A 1	1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	2
A 2	2	-1	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0
A 3	0	3	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
A 4	1	0	-2	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
cj-zj	0	5	-2	0	-1	-2	1	0	-1	0	-1	
A 1	0	1.5	1	1	-1	-0.5	0.5	0	0	0	0	2
Y1	1	-0.5	0	0	0	0.5	-0.5	0	0	0	0	0
A 3	0	3	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
A 4	0	0.5	-2	0	0	-0.5	0.5	0	0	1	-1	0
Cj-zj	0	0	-0.3333	0	-1	-2	1	-16.667	0.6667	0	-1	
A 1	0	0	1.5	1	-1	-0.5	0.5	-0.5	0.5	0	0	2
Y1	1	0	-0.1667	0	0	0.5	-0.5	0.1667	-0.1667	0	0	0
Y2	0	1	-0.3333	0	0	0	0	0.3333	-0.3333	0	0	0
A 4	0	0	18.333	0	0	-0.5	0.5	-0.1667	0.1667	1	-1	0
Cj-zj	0	0	0	0	-1	-19.091	0.9091	-16.364	0.6364	-0.182	-0.818	
A 1	0	0	0	1	-1	-0.9091	0.9091	-0.6364	0.6364	0.8182	-0.818	2
Y1	1	0	0	0	0	0.5455	-0.5455	0.1818	-0.1818	-0.091	0.0909	0
Y2	0	1	0	0	0	0.0909	-0.0909	0.3636	-0.3636	-0.182	0.1818	0
Y3	0	0	1	0	0	0.2727	-0.2727	0.0909	-0.0909	-0.546	0.5455	0
cj-zj	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	
S2	0	0	0	1.1	-1.1	-1	1	-0.7	0.7	0.9	-0.9	2.2
Y1	1	0	0	0.6	-0.6	0	0	-0.2	0.2	0.4	-0.4	1.2
Y2	0	1	0	0.1	-0.1	0	0	0.3	-0.3	-0.1	0.1	0.2
Y3	0	0	1	0.3	-0.3	0	0	-0.1	0.1	-0.3	0.3	0.6

cj-zj	0	0	0	0.2	-0.2	0	0	-0.4	0.4	0.8	-0.8	
S2	0	0	0	1.1	-1.1	-1	1	-0.7	0.7	0.9	-0.9	2.2
Y1	1	0	0	0.6	-0.6	0	0	-0.2	0.2	0.4	-0.4	1.2
Y2	0	1	0	0.1	-0.1	0	0	0.3	-0.3	-0.1	0.1	0.2
Y3	0	0	1	0.3	-0.3	0	0	-0.1	0.1	-0.3	0.3	0.6
Cj-zj	0	0	0	-0.429	0.4286	0.5714	-0.5714	0	0	0.2857	-0.286	
S3	0	0	0	15.714	-15.714	-14.286	14.286	-1	1	12.857	-12.857	31.429
Y1	1	0	0	0.2857	-0.286	0.2857	-0.2857	0	0	0.1429	-0.143	0.5714
Y2	0	1	0	0.5714	-0.571	-0.4286	0.4286	0	0	0.2857	-0.286	11.429
Y3	0	0	1	0.1429	-0.143	0.1429	-0.1429	0	0	-0.429	0.4286	0.2857

Como no es posible elegir pivote entonces tenemos una SOLUCION NO ACOTADA, Lo que indica que en el problema dual no existirá SOLUCION BASICA FACTIBLE

CAPITULO 5
ANALISIS DE SENSIBILIDAD

1. Realizando las iteraciones respectivas tenemos la siguiente tabla optima

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	S_3	a_3	LD
Z	1	0	0	3	M +5/2	0	M	42
S_3	0	0	0	3	1	1	-1	6
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6
X_1	0	1	0	1	0	0	0	4

a) Si $C_1 = 5$ y $C_2 = 3$

Hallamos los nuevos valores de **Zj-Cj** para X_1 y X_2

$\mathbb{Z}_1 - \mathbb{C}_1 = Z_1 - C_1 - \Delta c_1$ $\qquad$ $\mathbb{Z}_2 - \mathbb{C}_2 = Z_2 - C_2 - \Delta c_2$

$\mathbb{Z}_1 - \mathbb{C}_1 =$ 0 - (5-3) $\qquad$ $\mathbb{Z}_2 - \mathbb{C}_2 =$ 0 – (3-5)

$\mathbb{Z}_1 - \mathbb{C}_1 =$ -2 $\qquad$ $\mathbb{Z}_2 - \mathbb{C}_2 =$ 2

Ya que Zj – Cj corresponden a variables básicas se corrigen los valores para obtener la condición de optimidad con operaciones de filas y columnas

	Z	X_1	X_2	h_1	a_2	S_3	a_3	LD	
Z	1	0 **-2**	0 **2**	3	M +5/2	0	M	42	
S_3	0	0	0	3	1	1	-1	6	
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6	* **-2**
X_1	0	1	0	1	0	0	0	4	* **2**
Z	1	0	0	5	M + 3/2	0	M	38	
S_3	0	0	0	3	1	1	-1	6	
X_2	0	0	1	0	½	0	0	6	
X_1	0	1	0	1	0	0	0	4	

b) Si b1 = 6 y b2 = 15 ; Resolviendo sin tomar en cuenta los cambios en el inciso a)

Hallamos el nuevo $\mathbf{X_B}$

$\mathbb{X}_{\mathbb{B}} = X_B + \mathbf{B^{-1}\Delta b}$

$$\hat{X}_B = X_B + B^{-1}\Delta b$$

$$\hat{X}_B = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6-4 \\ 12-12 \\ 15-18 \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_B = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Como $\mathbb{X}_{\mathbb{B}}$ es > 0 $\quad \mathbb{Z} = C_B \mathbb{X}_{\mathbb{B}}$

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

$$Z = 10$$

c) Si $C_!$ = 3 +3θ (sin tomar en cuenta cambios realizados en los inciso a) y b)

Hallamos fc para las variables no básicas (h_1, a_2, a_3)

fcj = $ά_B B^{-1} aj - ά j$

$$fc_{H!} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 3$$

$$fc_{A1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

$$fc_{A2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

Como todos las Fc son > 0 entonces:

$Z = C_B X_B$

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 3+3\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} = 42 + 3\vartheta$$

Solución:

Rango	Función optima
θ > 0	**Z = 42 + 3θ**

2. Realizando las iteraciones respectivas tenemos la siguiente tabla óptima

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	0	½	10
X_2	0	0	1	5/38	-3/38	45/19
X_1	0	1	0	-1/19	5/38	20/19

a) Hallamos los nuevos valores de **Zj-Cj** para X_1 y X_2

$\mathbb{Z}_1 - \mathbb{C}_1 = Z_1 - C_1 - \Delta c_1$ $\quad$ $\mathbb{Z}_2 - \mathbb{C}_2 = Z_2 - C_2 - \Delta c_2$

$\mathbb{Z}_1 - \mathbb{C}_1 = 0 - (-1)$ $\quad$ $\mathbb{Z}_2 - \mathbb{C}_2 = 0 - (-1)$

$\mathbb{Z}_1 - \mathbb{C}_1 = 1$ $\quad$ $\mathbb{Z}_2 - \mathbb{C}_2 = 1$

Ya que Zj – Cj corresponden a variables básicas se corrigen los valores para obtener la condición de optimidad con operaciones de filas y columnas

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	LD	
Z	1	0 **1**	0 **1**	0	½	10	
X_2	0	0	1	5/38	-3/38	45/19	* **-1**
X_1	0	1	0	-1/19	5/38	20/19	* **-1**
Z	1	0	0	-3/38	17/38	125/19	
X_2	0	0	1	5/38	-3/38	45/19	
X_1	0	1	0	-1/19	5/38	20/19	
Z	1	0	3/ 5	0	2/5	8	
h_1	0	0	38/5	1	-3/5	18	
X_1	0	1	2/5	0	1/10	2	

Realizamos el cambio en B

$\mathbb{X}_B = X_B + B^{-1}\Delta b$

$$\hat{X}_B = X_B + B^{-1}\Delta b$$

$$\hat{X}_B = \begin{bmatrix} 18 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -3/5 \\ 0 & 1/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_B = \begin{bmatrix} 20 \\ 5/2 \end{bmatrix}$$

Como $\mathbb{X}_B$ es > 0 $\quad \mathbb{Z} = C_B\, \mathbb{X}_B$

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ 5/2 \end{bmatrix}.$$

$$Z = 10$$

b) Sin tomar en cuenta los cambios realizados en el inciso a)

$a_3 = [\ 2 \quad 1\ ]^T \qquad C_3 = 4$

Calculamos $Z_3 - C_3$

$$Z_3 - C_3 = \pi a_3 - c_3$$

$$Z_3 - C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 4$$

$$Z_3 - C_3 = -7/2$$

Como $Z_3 - C_3$ es menor que cero calculamos el valor para Y_3

$$Y_3 = B^{-1} a_3$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} 5/38 & -3/38 \\ -1/19 & 5/38 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} 7/38 \\ 1/38 \end{bmatrix}$$

	Z	X_1	X_2	X_3	h_1	h_2	LD
Z	1	0	0	-7/2	0	½	10
X_2	0	0	1	7/38	5/38	-3/38	45/19
X_1	0	1	0	1/38	-1/19	5/38	20/19
Z	1	0	19	0	5/2	-1	55
X_3	0	0	38/7	1	5/7	-3/7	90/7
X_1	0	1	-1/7	0	-1/14	1/7	5/7
Z	1	7	18	0	2	0	60
X_3	0	3	5	1	½	0	15
h_2	0	7	-1	0	-1/2	1	5

c) Sin tomar en cuenta los incisos a) y b) y añadiendo la nueva restricción

R3 : $2X_1 - 2X_2 \geq 10$ que es equivalente a $-2X1 + 2X2 \leq -10$

Reemplazando valores de nuestra solución optima en la restricción tenemos:

$2^* (20/19) - 2^*(45/19) \geq 10$

-50/19 no es mayor que 10 (LA SOLUCION NO CUMPLE CON LA NUEVA RESTRICCION)

Añadimos Esta nueva fila a nuestra tabla óptima

	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	h_3	LD	
Z	1	0	0	0	½	0	10	
X_2	0	0	1	5/38	-3/38	0	45/19	
X_1	0	1	0	-1/19	5/38	0	20/19	* -2
h_3	0	-2	2	0	0	1	-10	* 2
Z	1	0	0	0	½	0	10	
X_2	0	0	1	5/38	-3/38	0	45/19	
X_1	0	1	0	-1/19	5/38	0	20/19	
h_3	0	0	0	-7/19	11/38	1	-240/19	
Z	1	0	0	0	½	0	10	
X_2	0	0	1	0	13/532	5/14	-15/7	
X_1	0	1	0	0	12/133	-1/7	20/7	
h_1	0	0	0	1	-11/14	-19/7	240/7	

Al no poder elegir un nuevo pivote NO EXISTE SOLUCION BASICA FACTIBLE

4. Realizando las iteraciones respectivas tenemos la siguiente tabla óptima

	Z	X_1	X_2	a_1	LD
Z	1	0	3	6+M	60
X_1	0	1	3/2	0	5

a) Si $b_1 = 1 - 3\theta$

Hallamos f_B

$f_B = B^{-1}a$

$f_B = ½(-3)$

$f_B = -3/2$

Como f_B es negativo entonces hallamos θ

$$\theta = MIn\left[-\frac{X_{BJ}}{f_b}\right]$$

$$\theta = MIn\left[-\frac{5}{-3/2}\right]$$

$$\vartheta = 10/3$$

Hallamos $\mathbb{X}_{\mathbb{B}}$ y $\mathbb{Z}$ en función a θ además de los valores de estas variables

$$X_B = X_B + f_B\theta$$

$$X_B = 5 - \frac{3}{2}\theta$$

$$X_B = 0$$

$$Z = C_B X_B$$

$$Z = 12(5 - \frac{3}{2}\theta)$$

$$Z = 60 - 18\vartheta$$

$$Z = 0$$

Actualizamos los valores

	Z	X_1	X_2	a_1	LD
Z	1	0	3	6+M	0
X_1	0	1	3/2	0	0

NO ES POSIBLE ELEGIR OTRO PIVOTE PARA ITERAR POR DUAL SIMPLEX

Solución:

Rango	Función optima
$0 \leq \theta \leq 10/3$	**$Z = 60 - 18\theta$**
$\theta \geq 10/3$	**Solución NO ACOTADA**

b) Si $C_! = 12 - \theta$ y $C_2 = 15 - 3\theta$

Hallamos fc para las variables no básicas X_2 (se debe obviar las variables artificiales)

$fcj = \dot{d}_B B^{-1} aj - \dot{d}j$

$$fc_{X2!} = [-1]\left[\frac{1}{2}\right]\left[\frac{3}{2}\right] - (-3)$$

$$fc_{X2!} = \frac{9}{4}$$

Como existe un fcj > 0 entonces hallamos Z en función a θ

$$Z = C_B X_B$$

$$Z = [12 - \theta][5] = 60 + 5\theta$$

Solución:

Rango	Función optima
$\theta > 0$	**$Z = 60+5\theta$**

d) Aumentando la restricción $2X_2 - X_1 \geq \theta$ que es igual a $-2X_2 + X_1 \leq 0$

* La solución X1=5 y X2 = 0 no cumple con la nueva restricción

Incrementamos esta restricción a nuestra tabla óptima.

	Z	X_1	X_2	a_1	h_2	LD
Z	1	0	3	6+M	0	60
X_1	0	1	3/2	½	0	5
h_2	0	1	-2	0	1	0
Z	1	0	3	6+M	0	60
X_1	0	1	3/2	½	0	5
h_2	0	0	-7/2	-1/2	1	-5
Z	1	0	0	39/7+M	6/7	290/7
X_1	0	1	0	2/7	3/7	20/7
X_2	0	0	1	1/7	-2/7	10/7

-1

5. Realizando las iteraciones respectivas tenemos la siguiente tabla óptima

	Z	X_1	X_2	a_1	LD
Z	1	0	2	2	2
X_1	0	1	-1	1	1

a) Si $b_1 = 1-3\theta$

Hallamos f_B

$f_B = B^{-1}a$

$f_B = 1(-3)$

$f_B = -3$

Como f_B es negativo entonces hallamos θ

$$\theta = MIn\left[-\frac{X_{BJ}}{f_b}\right]$$

$$\theta = MIn\left[-\frac{1}{-3}\right]$$

$$\vartheta = 1/3$$

Hallamos $\mathbb{X}_{\mathbb{B}}$ $\mathbb{y}$ $\mathbb{Z}$ en función a θ además de los valores de estas variables

$$X_B = X_B + f_B\theta$$

$$\mathbf{X_B = 1 - 3\theta}$$

$$X_B = 0$$

$$Z = C_B X_B$$

$$Z = 2(1-3\theta)$$

$$\mathbf{Z = 2 - 6\theta}$$

$$Z = 0$$

Actualizamos los valores

	Z	X_1	X_2	a_1	LD
Z	1	0	2	2	2
X_1	0	1	**-1**	1	0
Z	1	2	0	4	0
X_2	0	-1	1	-1	0

Hallamos f_B

$f_B = B^{-1}a$

$f_B = -1(-3)$

$f_B = 3$

Como f_B es mayor que cero entonces detenemos las iteraciones

Hallamos Z

$$Z = C_B X_B$$

$$Z = -4(1-3\theta)$$

$$\mathbf{Z} = -4 + 12\theta$$

Solución:

Rango	Función optima
$0 \leq \theta \leq 1/3$	**$Z = 2 - 6\theta$**
$\theta \geq 1/3$	**$Z = -4 + 12\theta$**

b) Si $C_! = 2 - \theta$ y $C_2 = -4 + 3\theta$

Hallamos fc para las variables no básicas X_2 (exceptuando las variables artificiales)

	Z	X_1	X_2	a_1	LD
Z	1	0	2	2	2
X_1	0	1	-1	1	1

$fcj = ḋ_B B^{-1} aj - ḋj$

$$fc_{X2!} = [-1][1]\left[\frac{3}{2}\right] - (-3)$$

$$fc_{X2!} = \frac{3}{2}$$

Hallamos Z en función de

$Z = C_B X_B$

$$Z = [2 - \theta][1] = 2 - \theta$$

Solución:

Rango	Función optima
$\theta > 0$	**$Z = 2-\theta$**

CAPITULO 6
MODELOS DE TRANSPORTE Y ASIGNACIÓN

1. Como se tiene el precio y los costos correspondientes y el modelo de transporte esta concebido para minimizar costos; lo que se hará será minimizar **(- utilidades)** de este modo se maximizaran las utilidades

La matriz inicial es: (aplicando el método de Vogel)

	D	E	F	Oferta	Diferencias
A	-5	-7 **150**	-10 **250**	~~400~~ ~~150~~ 0	~~3~~ ~~7~~
B	-4	-9 **300**	-6	~~300~~ 0	~~3~~ ~~9~~
C	-8 **150**	**-3** **50**	**-2**	~~200~~ ~~50~~ 0	~~5~~ ~~1~~ 3
Demanda	~~150~~ 0	~~500~~ ~~200~~ ~~50~~ 0	~~250~~ 0		
Diferencias	~~3~~	~~2~~ ~~4~~ 3	~~4~~		

Y se tiene la siguiente solución inicial; calculamos los valores de Ui y Vi

	D	E	F	Oferta	Ui
A	-5 *7*	-7 **150**	-10 **250**	400	**-7**
B	-4 *10*	-9 **300**	-6 *6*	300	**-9**
C	-8 **150**	**-3** **50**	**-2** *4*	200	**-3**
Demanda	150	500	250		
Vi	**-5**	**0**	**-3**		

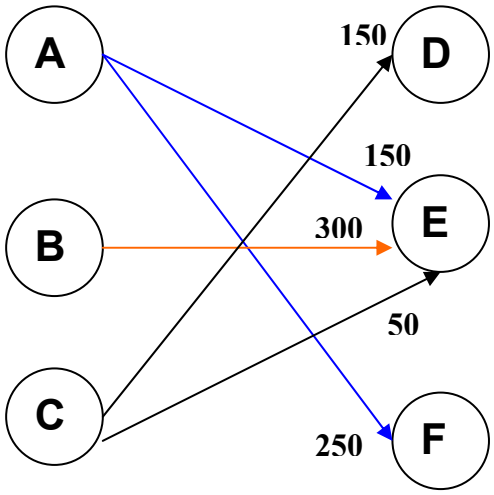
$U_1 + V_2 = -7$
$U_2 + V_2 = -9$
$U_1 + V_3 = -10$
$U_3 + V_1 = -3$
$U_3 + V_2 = -3$

Si hacemos el valor de
$V_2 = 0$

Hallamos Los Zj-Cj para las variables no básicas

$Z_{AD}-C_{AD} = C_{AD} – (U_1+V_1)$
$Z_{AD}-C_{AD} = -5 – (-5-7) = 7$
$Z_{BD}-C_{BD} = -4 – (-5-9) = 10$
$Z_{BF}-C_{BF} = -6 – (-3-9) = 6$
$Z_{CF}-C_{CF} = -2 – (-3-3) = 4$

Como el valor de las variables no básicas es mayor que cero entonces la solución es óptima
Solución



Z = 150(-7) + 250(-10) + 300(-9) + 150(-8) + 50(-3)
Z = -7600

La utilidad máxima que se obtendrá es de 7600$

2. Para plantear el problema debemos::

- Penalizar las entregas de: Distribuidora A al Almacén 4 con costo M, Distribuidora B al Almacén 5 con costo M, Distribuidora C al Almacén 2 con costo M; esto debido a que existe un problema de ruta en estas entregas.
- Al no estar equilibradas las ofertas y demandas, añadimos una columna ficticia (A6) con costos 0 y demanda 700.

Haciendo estos cambios y resolviendo por Vogel tenemos la siguiente tabla inicial

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Oferta	Dif
DA	2 **75**	7 **345**	3 **180**	**M**	4 **210**	**0** **40**	~~850 505 295 115 40 0~~	~~2~~
DB	6	8	7	3 **90**	**M**	**0** **210**	~~300 210 0~~	~~3 6~~
DC	4	**M**	3	8	5	**0** **450**	~~450 0~~	~~3~~
Demanda	~~75~~ 0	~~345~~ 0	~~180~~ 0	~~90~~ ~~0~~	~~210~~ ~~0~~	~~700~~ ~~490~~ ~~40~~ ~~0~~		
Dif	~~2~~	~~1~~ ~~M-7~~	~~0~~ ~~3~~	~~5~~	~~1~~ ~~4~~	~~0~~		

Se tiene la siguiente solución inicial

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Oferta	Ui
DA	2 **75**	7 **345**	3 **180**	M *M-3*	4 **210**	0 **40**	850	**0**
DB	6 *4*	8 *1*	7 *4*	3 **90**	M *M-4*	0 **210**	300	**0**
DC	4 *2*	M *M-7*	3 *0*	8 *5*	5 *1*	0 **450**	450	**0**
Demanda	75	345	180	90	210	700		
Vi	**2**	**7**	**3**	**3**	**4**	**0**		

A continuación hallamos los valores de Ui y Vi; y luego los Zij – Cij de las variables no básicas

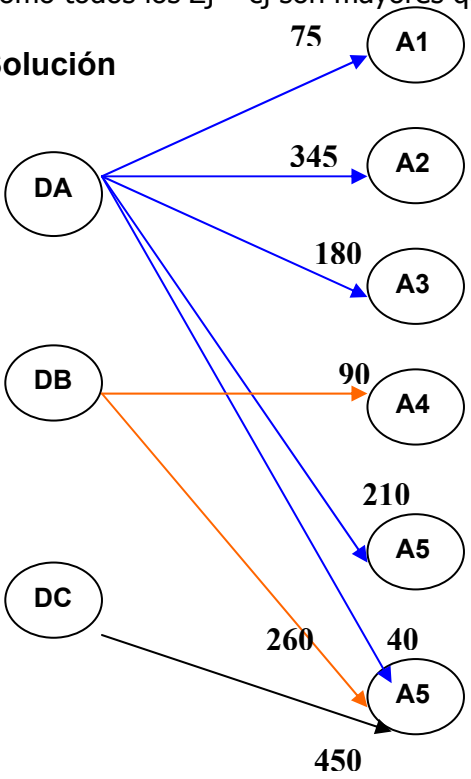
$U_1 + V_1 = 2$
$U_1 + V_2 = 7$
$U_1 + V_3 = 3$
$U_1 + V_5 = 4$
$U_1 + V_6 = 0$
$U_2 + V_4 = 3$
$U_2 + V_6 = 0$
$U_3 + V_6 = 0$

Si $\mathbf{U_1 = 0}$

$Z_{A4}-C_{A4} = M - (3+0) = M-3$
$Z_{B1}-C_{B1} = 6 - (2+0) = 4$
$Z_{B2}-C_{B2} = 8 - (7+0) = 1$
$Z_{B3}-C_{B3} = 7 - (3+0) = 4$
$Z_{B5}-C_{B5} = M - (4+0) = M-4$
$Z_{C1}-C_{C1} = 4 - (2+0) = 2$
$Z_{C2}-C_{C2} = M - (7+0) = M-7$
$Z_{C3}-C_{C3} = 3 - (3+0) = 0$
$Z_{C4}-C_{C4} = 8 - (3+0) = 5$
$Z_{C5}-C_{C5} = 5 - (4+0) = 1$

Como todos los Zj – cj son mayores que cero, esta es la solución óptima

Solución



Z = 75(2)+345(7)+180(3)+90(3)+210(4)+40(0)+ 210(0)+ 450(0)
Z = 4215

El costo mínimo de envío asciende a 4215$

3. Agregamos al problema original una fila F (ficticia) con kilometraje 0 para balancear el problema.

	1	2	3	4	5	6
A	20	15	26	40	32	12
B	15	33	46	26	28	20
C	18	15	2	12	6	14
D	8	24	12	22	22	20
E	12	20	18	10	22	15
F	0	0	0	0	0	0

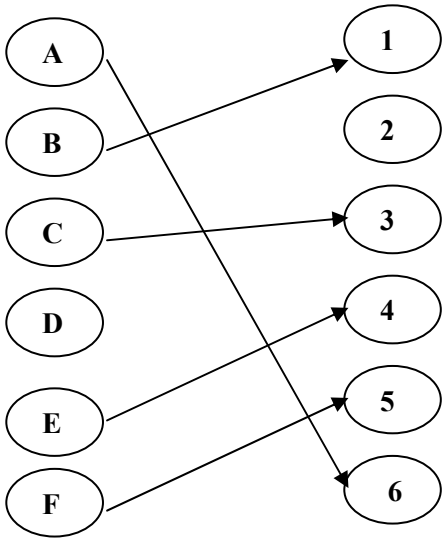
Debemos obtener por lo menos un cero en cada fila y columna, por lo que realizamos las siguientes operaciones:

- Restamos 12 a la FILA A
- Restamos 15 a la FILA B
- Restamos 2 a la FILA C
- Restamos 8 a la fila D
- Restamos 10 a la fila E

Con lo que se tiene la siguiente tabla

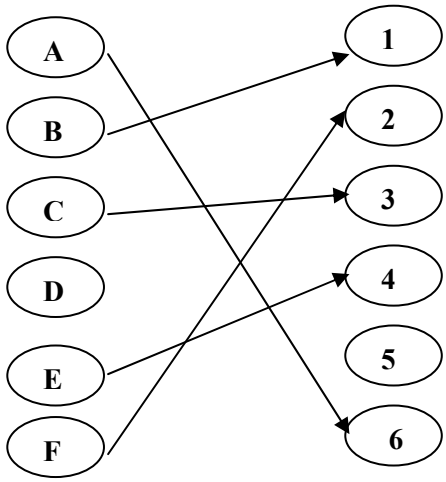
	1	2	3	4	5	6
A	8	3	14	28	20	0
B	0	17	31	11	13	20
C	16	13	0	10	4	12
D	0	16	4	14	14	12
E	2	10	8	0	12	5
F	0	0	0	0	0	0

Intentamos la asignación



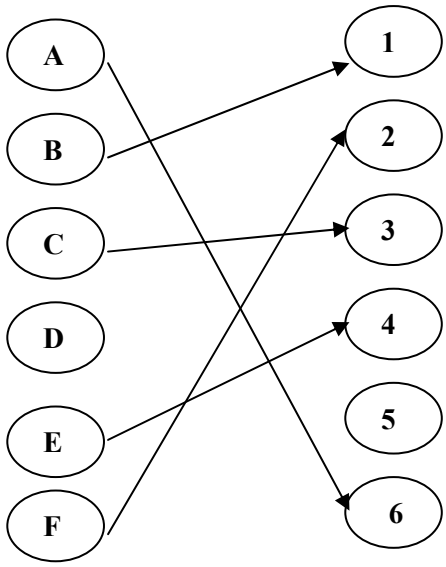
Como D queda sin asigna, tachamos los CEROS con la menor cantidad de líneas
El valor más pequeño de los valores no tachados es 3 sumando y restando respectivamente tenemos la siguiente tabla:

	1	2	3	4	5	6
A	8	0	14	28	17	0
B	0	14	31	11	10	20
C	16	10	0	10	1	12
D	0	13	4	14	11	12
E	2	7	8	0	9	5
F	3	0	3	3	0	3



Como D queda sin asigna, tachamos los CEROS con la menor cantidad de líneas
El valor más pequeño de los valores no tachados es 1 sumando y restando respectivamente tenemos la siguiente tabla

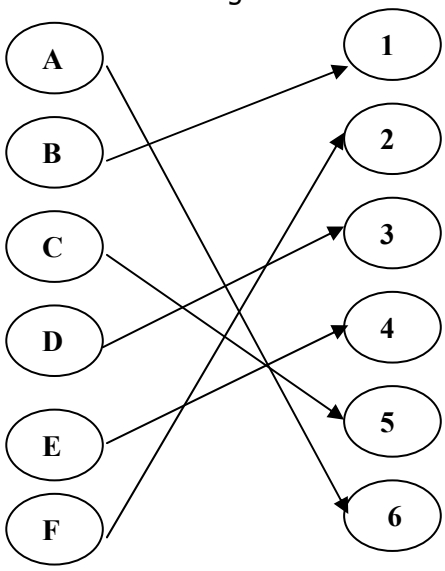
	1	2	3	4	5	6
A	9	0	15	29	17	0
B	0	13	31	11	9	19
C	16	9	0	10	0	11
D	0	12	4	14	10	11
E	2	6	8	0	8	4
F	4	0	4	4	0	3



Como D queda sin asigna, tachamos los CEROS con la menor cantidad de líneas
El valor más pequeño de los valores no tachados es 1 sumando y restando respectivamente tenemos la siguiente tabla:

	1	2	3	4	5	6
A	13	0	15	33	17	0
B	0	9	27	11	5	15
C	20	9	0	14	0	11
D	0	8	0	14	6	7
E	2	2	4	0	4	0
F	8	0	4	8	0	3

Intentamos la asignación



La solución será:

Z = 12+15+6+12+10+0 = 55

4. Convertimos los precios de medio litro a precios por litro, y planteamos el problema añadiendo una columna ficticia (F) para balancear.

	Hoy	Mañana	Oferta	Diferencias
Ricardo	3.08 **1.5**	3 **0.5**	2 0.5 0	0.08 3
Enrique	3.2	2.88 **2.5**	2.5 0	0.32 2.88
F	**0**	**0** **0.5**	0.5 0	0
Demanda	1.5 0	3.5 3 0.5		
Diferencias	3.08	2.88 0		

Se tiene la siguiente solución inicial y calculamos los valores de Ui y Vi

	H	M	Oferta	Ui
R	3.08 **1.5**	3 **0.5**	2	**3**
E	3.2 *0.24*	2.88 **2.5**	2.5	**2.88**
F	**0** *-0.08*	**0** **0.5**	0.5	**0**
Demanda	1.5	2.5		
Vi	**0.08**	**0**		

$U_1 + V_1 = 3.08$
$U_1 + V_2 = 3$
$U_2 + V_2 = 2.88$
$U_3 + V_2 = 0$
Si hacemos el valor de
$V_2 = 0$
Hallamos Los Zj-Cj para las variables no básicas
$Z_{EH}-C_{EH} = 3.2 - (2.88+0.08) = 0.24$
$Z_{EF}-C_{EF} = 0 - (0+0.08) = -0.08$

Como existe un Zj-cj menor a cero realizamos el circuito de compensación para que esta variable ingrese a la base y se tiene:

	H	M	Oferta	Ui
R	3.08 **1**	3 **0.5**	2	**3**
E	3.2	2.88 **2.5**	2.5	**2.88**
F	**0** **0.5**	**0**	0.5	**-0.88**
Demanda	1.5	2.5		
Vi	**0.88**	**0**		

Calculamos los valores de Ui y Vi

$U_1 + V_1 = 3.08$
$U_1 + V_2 = 3$
$U_2 + V_2 = 2.88$
$U_3 + V_1 = 0$

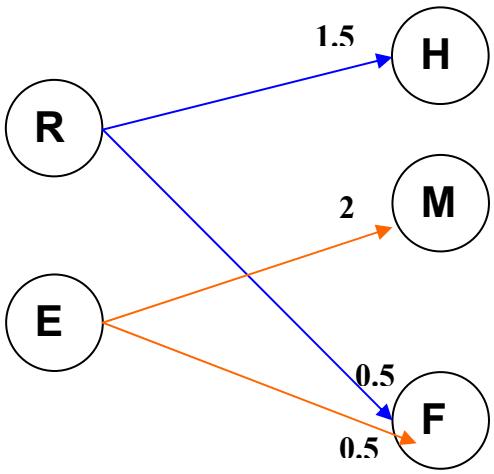
Si hacemos el valor de
$V_2 = 0$

Hallamos Los Zj-Cj para las variables no básicas

$Z_{RM}-C_{RM} = 3 - (2.88+0) = 0.12$
$Z_{EH}-C_{EH} = 3.2 - (0+3.08) = 0.12$

SIENDO ESTA LA SOLUCÓN OPTIMA

Solución



Z = 1.5(3.08) + 0.5(0) + 2(2.88) + 0.5(0)
Z = -7600

La utilidad máxima que se obtendrá es de 7600$

5. Agregamos una planta ficticia O3 para balancear el problema; cuyos costos son los costos asociados a las pérdidas de las plantas por quedarse cortos en el envío. Entonces el ejercicio planteado será:

La matriz inicial es (aplicando el método de Vogel)

	D1	D2	D3	Oferta	Diferencias
O1	3	2	1 **75**	~~75~~ 0	~~1~~
O2	4 **25**	5 **50**	5 **25**	~~100~~ ~~75~~ ~~25~~ 0	~~1~~ ~~4~~
O3	2 **25**	**3**	**2**	~~25~~ 0	~~0~~
Demanda	~~50~~ ~~25~~ 0	~~50~~ 0	~~100~~ ~~25~~ 0		
Diferencias	1 4	1 3 5	1 5 6		

Y se tiene la siguiente solución inicial; calculamos los valores de Ui y Vi

	D1	D2	D3	Oferta	Ui
O1	3 *4*	2 *2*	1 **75**	75	**-5**
O2	4 **25**	5 **50**	5 **25**	100	**0**
O3	2 **25**	**3** *0*	**2** *-2*	25	**-2**
Demanda	50	50	100		
Vi	**4**	**5**	**6**		

$U_1 + V_3 = 1$
$U_2 + V_1 = 4$
$U_2 + V_2 = 5$
$U_2 + V_3 = 6$
$U_3 + V_1 = 2$

Si hacemos el valor de
$U_2 = 0$

Hallamos Los Zj-Cj para las variables no básicas

$Z_{11}-C_{11} = 3 - (4-5) = 4$
$Z_{12}-C_{12} = 2 - (5-5) = 2$
$Z_{32}-C_{32} = 3 - (5-2) = 0$
$Z_{33}-C_{33} = 2 - (6-2) = -2$

Como existe un valor negativo realizamos el circuito de compensación para que la variable no básica se convierta en básica y se tiene:

	D1	D2	D3	Oferta	Ui
O1	3 / *4*	2 / *2*	1 / **75**	75	**-5**
O2	4 / **50**	5 / **50**	5 / **0**	100	**0**
O3	2 / 2	3 / *2*	2 / **25**	25	**-4**
Demanda	50	50	100		
Vi	**4**	**5**	**6**		

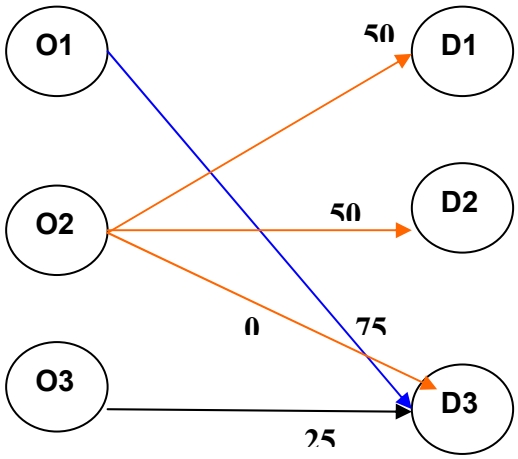
$U_1 + V_3 = 1$
$U_2 + V_1 = 4$
$U_2 + V_2 = 5$
$U_2 + V_3 = 6$
$U_3 + V_3 = 2$

Si hacemos el valor de
$U_2 = 0$
Hallamos Los Zj-Cj para las variables no básicas

$Z_{11}-C_{11} = 3 - (4-5) = 4$
$Z_{12}-C_{12} = 2 - (5-5) = 2$
$Z_{31}-C_{31} = 2 - (4-4) = 2$
$Z_{32}-C_{32} = 3 - (5-4) = 2$

Como no existen valores negativos esta es la solución óptima

Solución



Z_{MIN} = 50(4) + 50(5) + 75(1) + 0(5) = 525
$Z_{PERD\ MIN}$ = 25(2)= 50$

El costo mínimo es de 525$
La perdida mínima es de 50$

6. Para el planteo de este problema se debe tomar en cuenta que:

- Como no existe límite en el uso de electricidad y gas natural se coloca un numero igual o mayor a la sumatoria de la demanda de los tres servicios (luz, calefactor de agua y calefactor de ambiente)

- Como la necesidad de Luz solo es posible cubrirla con Electricidad entonces se penaliza con M los costos relacionados a cubrir la necesidad de Luz con los otros 2 tipos de fuente (Gas natural y Celdas Solares)

- Balanceamos el modelo aumentando un centro de Demanda artificial (D4) con costos igual a 0

Considerando los puntos anteriores y aplicando el método de Vogel se tiene la siguiente solución inicial.

	Luz	C H_2O	C Amb	D4	Oferta	Dif
Elect	200 **20**	450	400	**0** **40**	~~60 40 0~~	~~200 400~~
Gas	**M**	300	250 **10**	**0** **50**	~~60 10 0~~	~~250 50~~ ~~250~~
Celdas	**M**	150 **10**	200 **20**	**0**	~~30 20 0~~	~~150 50~~ ~~200~~
Demanda	20 0	10 0	30 20 0	90 50 0		
Dif	~~m-200~~	~~150~~	~~50~~	~~0~~		

Luego se tiene la siguiente solución inicial; calculamos los valores de Ui y Vi

	Luz	C H_2O	C Amb	D4	Oferta	Ui
Elect	200 **20**	450 *250*	400 *150*	**0** **40**	60	0
Gas	**M** *M-200*	300 *100*	250 **10**	**0** **50**	60	0
Celdas	**M** *M-150*	150 **10**	200 **20**	**0** *50*	30	-50
Demanda	20	10	30	90		
Vi	200	200	250	0		

$U_1 + V_1 = 200$
$U_1 + V_4 = 0$
$U_2 + V_3 = 250$
$U_2 + V_4 = 0$
$U_3 + V_2 = 150$
$U_3 + V_3 = 200$

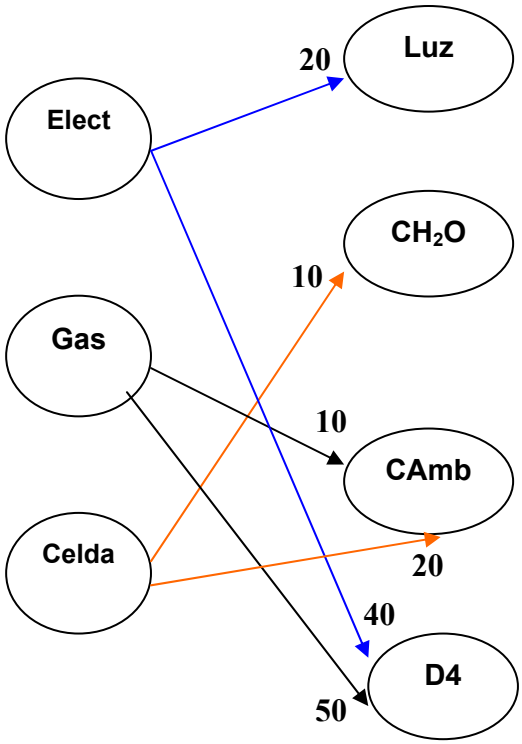
Si hacemos el valor de
$V_4 = 0$

Hallamos Los Zj-Cj para las variables no básicas

$Z_{12}-C_{12} = 450 – (200+0) = 250$
$Z_{13}-C_{13} = 400 – (250+0) = 150$
$Z_{21}-C_{21} = M – (200+0) = M-200$
$Z_{22}-C_{22} = 300 – (200+0) = 100$
$Z_{31}-C_{31} = M–(200-50) = M-150$
$Z_{34}-C_{34} = 0 – (0-50) = 50$

Como no existen valores negativos entonces esta es la tabla óptima.

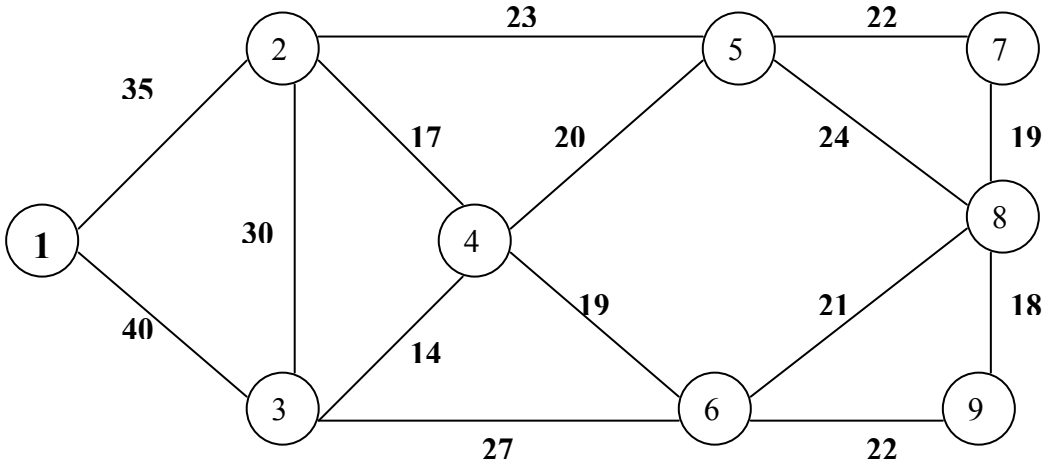
Solución



Z = 20(200) + 40(0) + 10(250) + 50(0) + 10(150) + 20(200)
Z = 12000
El costo mínimo es de12000$

CAPITULO 7
REDES DE OPTIMIZACION

1.



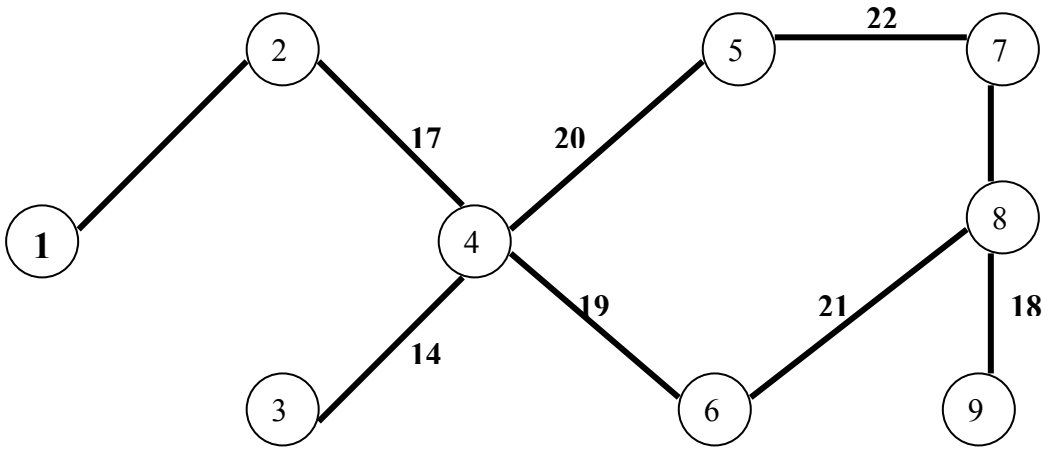
Para hallar el árbol minimal, planteamos el problema:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		35	40						
2	35		30	17	23				
3	40	30		14		27			
4		17	14		20	19			
5		23		20			22	24	
6			27	19				21	22
7					22			19	
8					24	21	19		18
9						22		18	

Utilizando el Algoritmo de Kruskall wallis tenemos

	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~9~~
1 *		**35**	40						
2 *	35		30	**17**	23				
3*	40	30		14		27			
4 *		17	**14**		**20**	**19**			
5*		23		20			**22**	24	
6 *			27	19				**21**	22
7 *					22			19	
8*					24	21	19		**18**
9*						22		18	

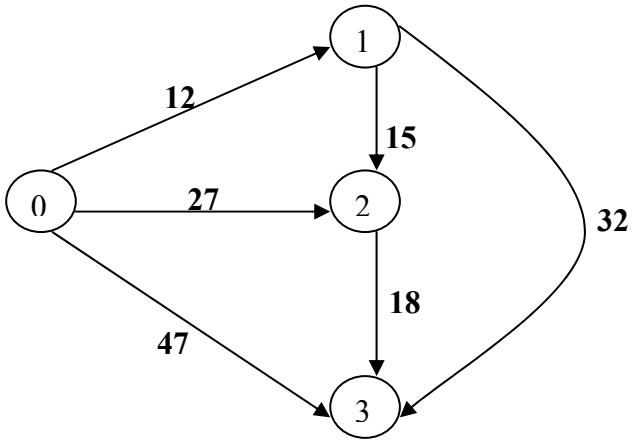
SOLUCIÓN



Z* = 163

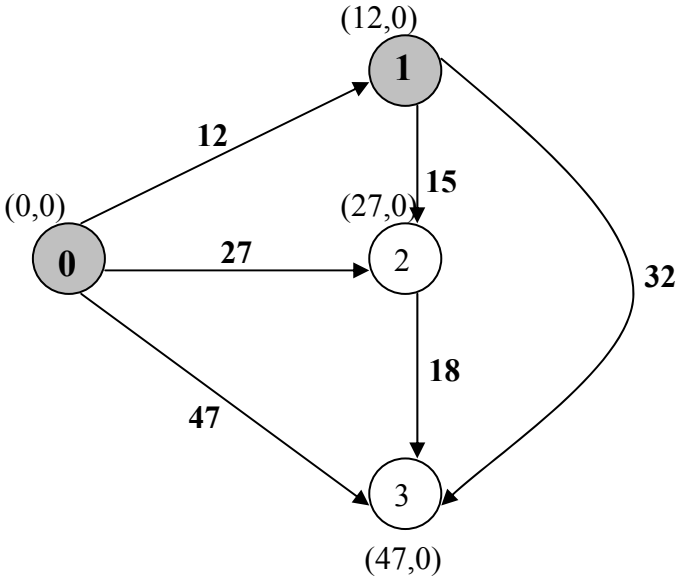
El mínimo de conexiones electrónicas a usar para comunicar todos los detectores es de 163

2.

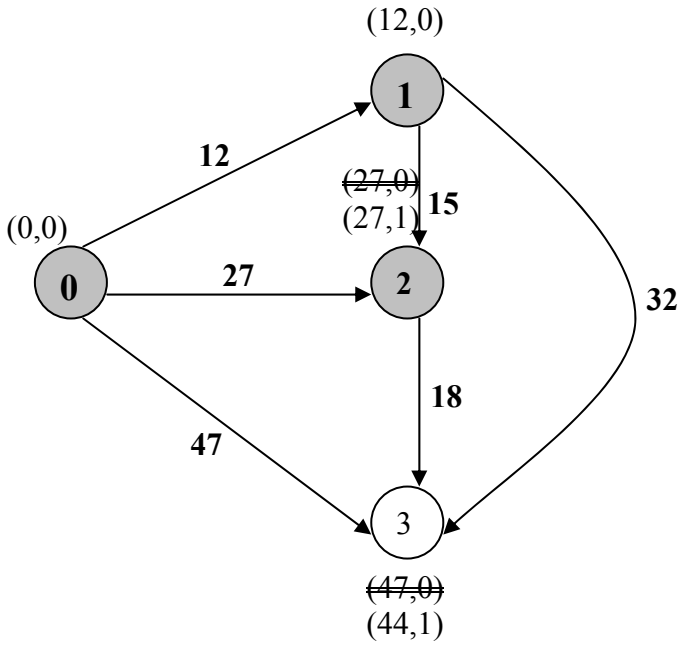


Resolvemos el problema como uno de ruta mas corta,

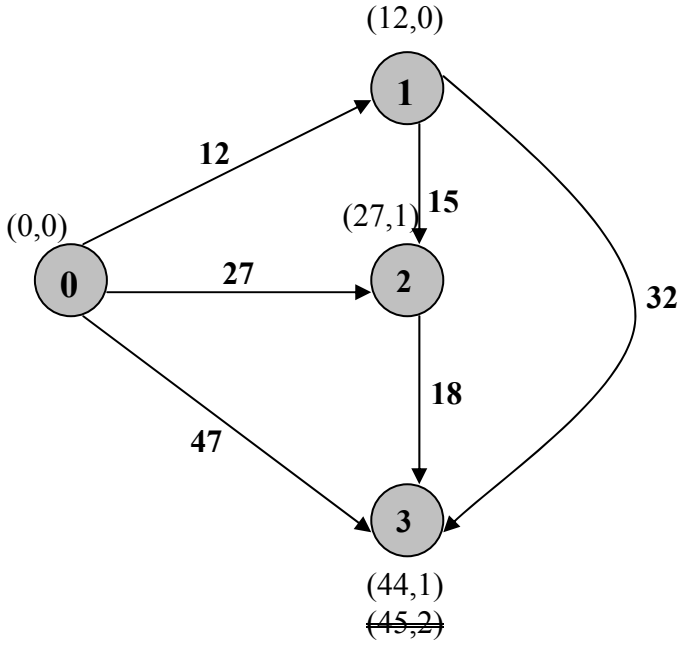
ITERACION 1: Etiquetamos el nodo origen "0" como permanente (a,b) donde en este caso "a" expresa el costo y "b" el nodo precedente relacionado a dicho costo; luego se etiqueta provisionalmente los nodos conectados al nodo inicial (nodo 1, nodo2 y nodo3) y se hace permanente aquel cuyo costo sea el menor. (los nodos permanentes se sombrean para mayor claridad)



ITERACION 2: Se etiqueta los nodos no permanentes con respecto al último nodo hecho permanente, tomando en cuenta que los costos deben de sumarse; pero si su antigua etiqueta es menor, se mantiene esta y se hace permanente el nodo cuyo costo sea el menor; en este caso el nodo 2 tiene el costo menos "27" se lo elige como permanente y se sombrea



ITERACION 3: Volvemos a etiquetar los nodos no permanentes y elegimos el de menor costo, como podemos observar al etiquetar el nodo 3 con respecto al 2 (el último permanente) el costo es mayos, entonces hacemos permanente este nodo pero con respecto al nodo 1 ya que el costo es menor.

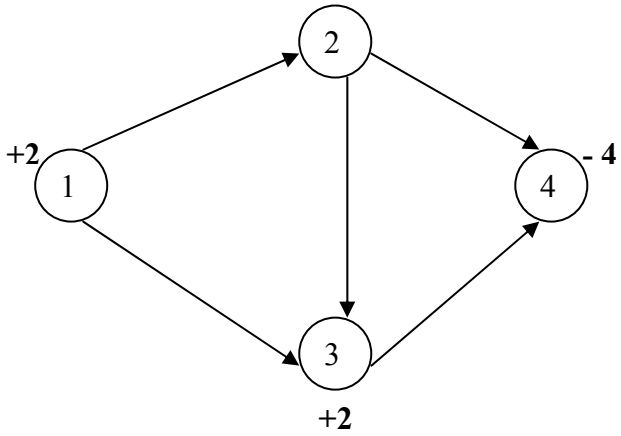


La solución será:

NODO	RUTA MAS CORTA DESDE 0	COSTO
1	0 -1	12
2	0-1-2 O 0-2	27
3	**0-1-3**	**44**

En el problema es necesario tener el tractor hasta el tercer año por lo cual es necesario llegar al nodo 3. La solución planteada nos muestra que es posible llegar con un costo mínimo de la siguiente forma, comprar el tractor al final del año 0 y venderlo al final del año 1, en ese mismo instante comprar otro tractor y venderlo al final del año 3. El costo asociado a estas operaciones es de 44$

3. El problema de trasbordo es el siguiente



Min Z = $C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{34}X_{34}$

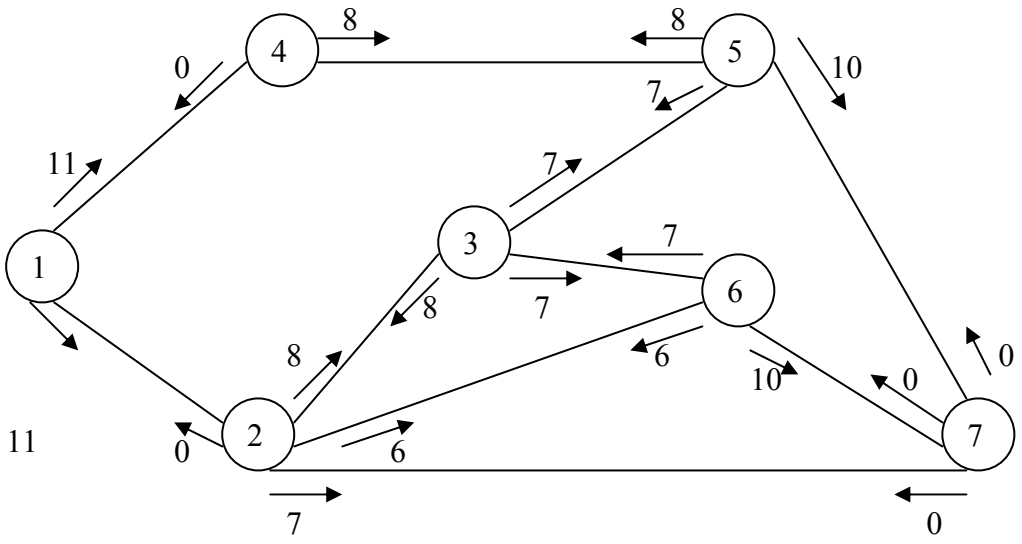
SA : $X_{12} + X_{13} = 2$ (NODO 1)
$- X_{12} + X_{23} + X_{24} = 0$ (NODO 2)
$- X_{13} - X_{23} + X_{34} = 2$ (NODO 3)
$- X_{24} - X_{34} = -4$ (NODO 4)

Matriz de incidencia de nodos y arcos

Nodo/arco	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,4)	LD
1	-1	1	0	0	0	2
2	-1	0	1	1	0	0
3	0	-1	-1	0	1	2
4	0	0	0	-1	-1	-4

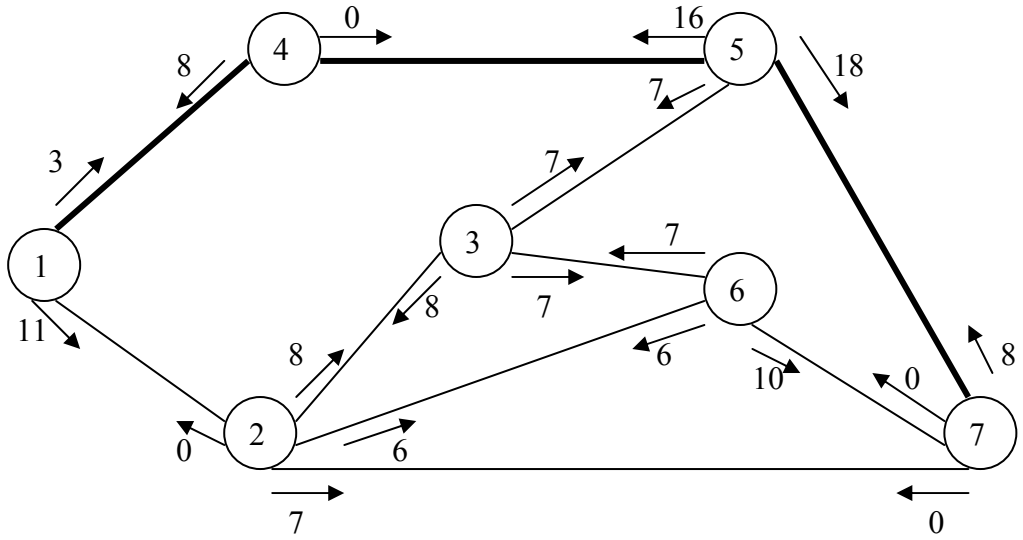
4.

b.1 Si se rompe el oleoducto 3-4 tendríamos la siguiente red :

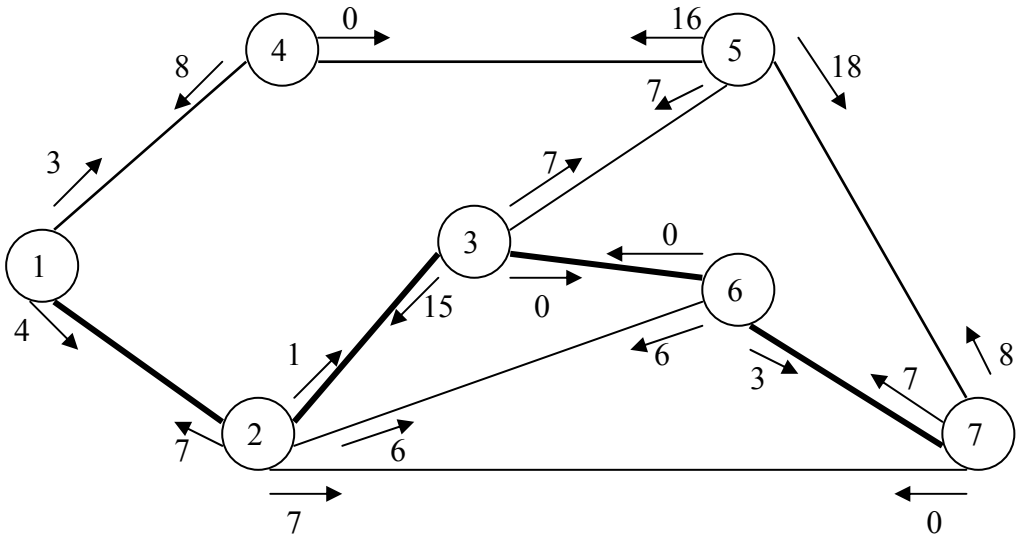


ITERACION 1 : 1-4-5-7 ρmin = 8

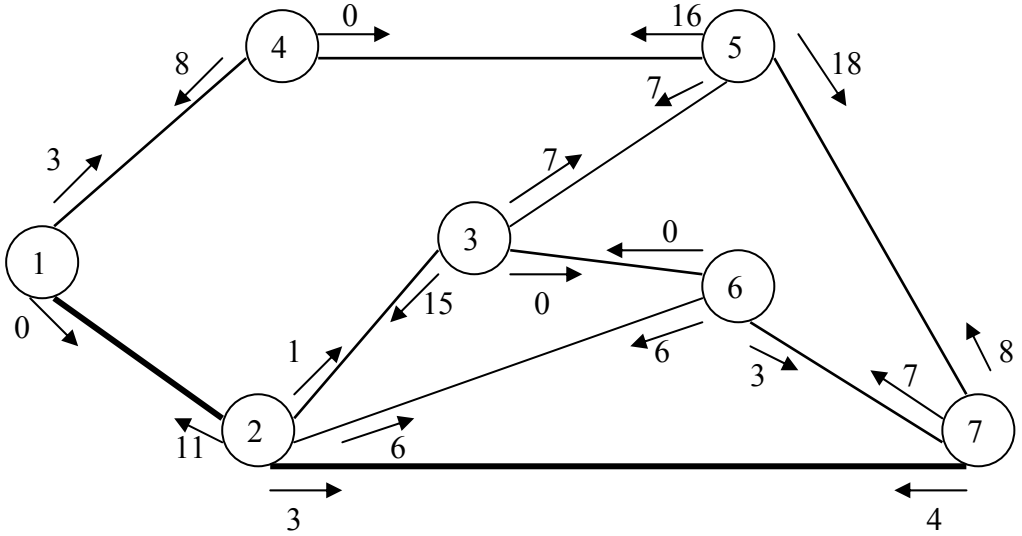
Elegimos este recorrido porque la capacidad de flujo es positiva, luego escogemos el mínimo valor de flujo restamos la misma a aquellos que van en sentido del flujo y sumamos aquellos que van en contra del flujo



ITERACION 2 1- 2- 3 – 6 – 7 ρmin = 7



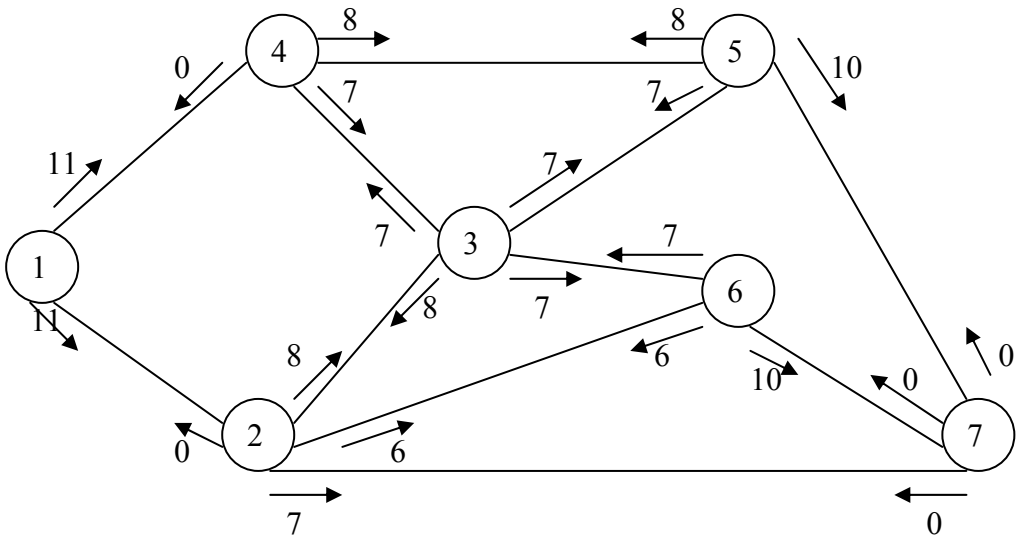
ITERACION 3 1- 2- 7 ρmin = 4



Como ya no existe recorrido con flujo positivo llegamos al óptimo donde la **capacidad máxima de flujo es 19**

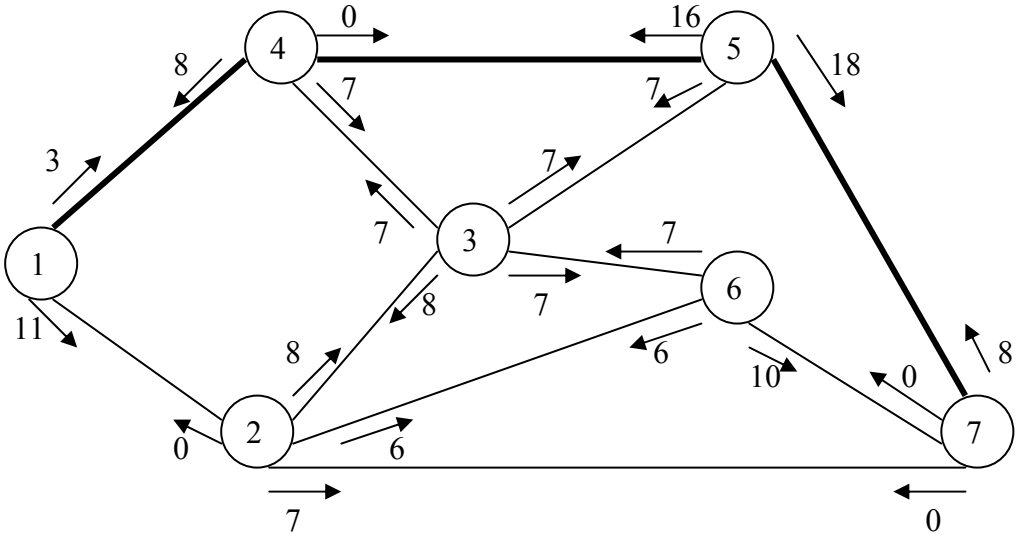
b.2. Si no se rompe el oleoducto tenemos

.

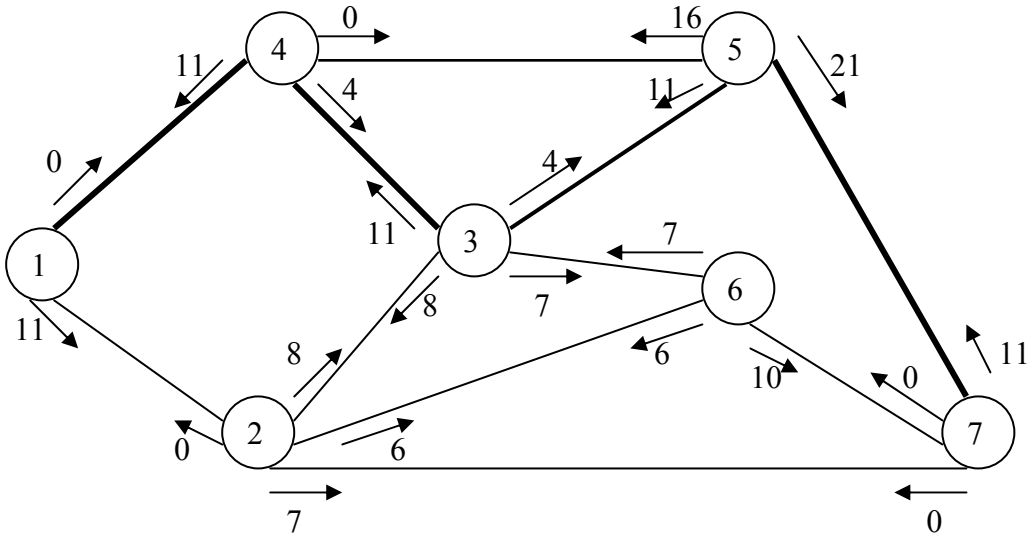


ITERACION 1 : 1-4-5-7 ρmin = 8

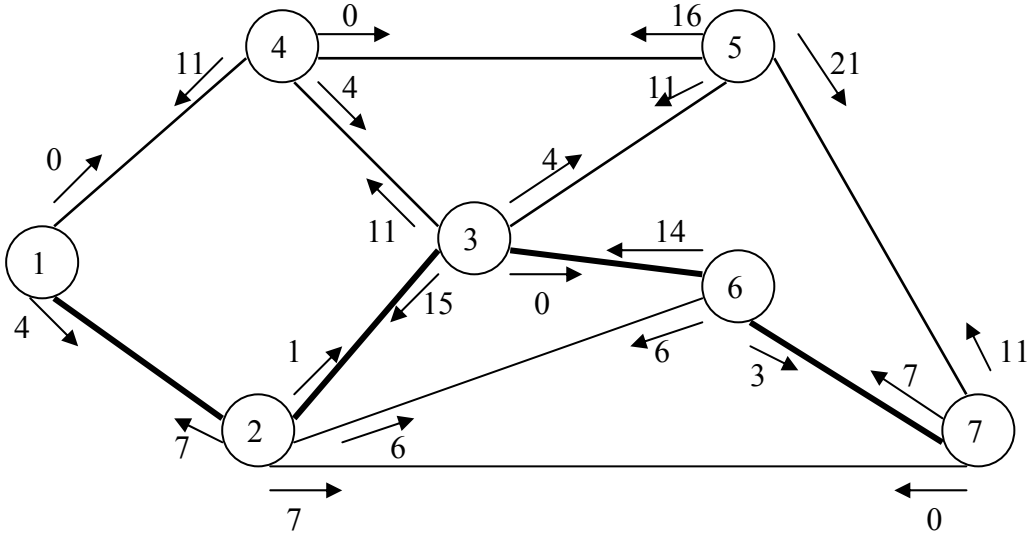
Elegimos este recorrido porque la capacidad de flujo es positiva, luego escogemos el mínimo valor de flujo restamos la misma a aquellos que van en sentido del flujo y sumamos aquellos que van en contra del flujo



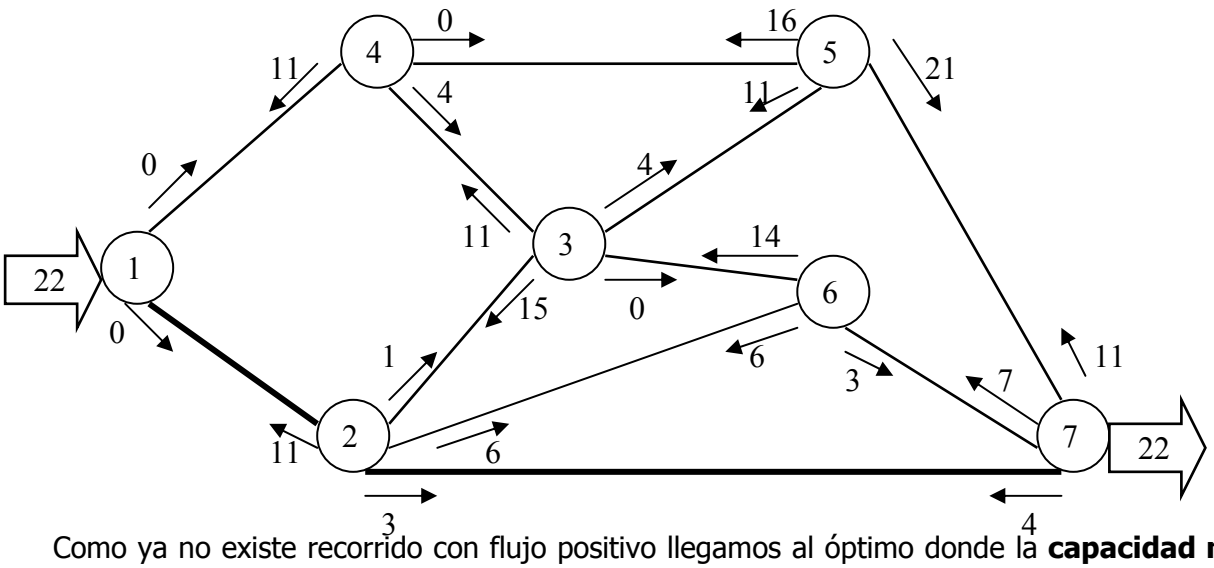
ITERACION 2 1 -4 -3 -5 -7 ρmin = 3



ITERACION 3 1- 2- 3 – 6 – 7 ρmin = 7

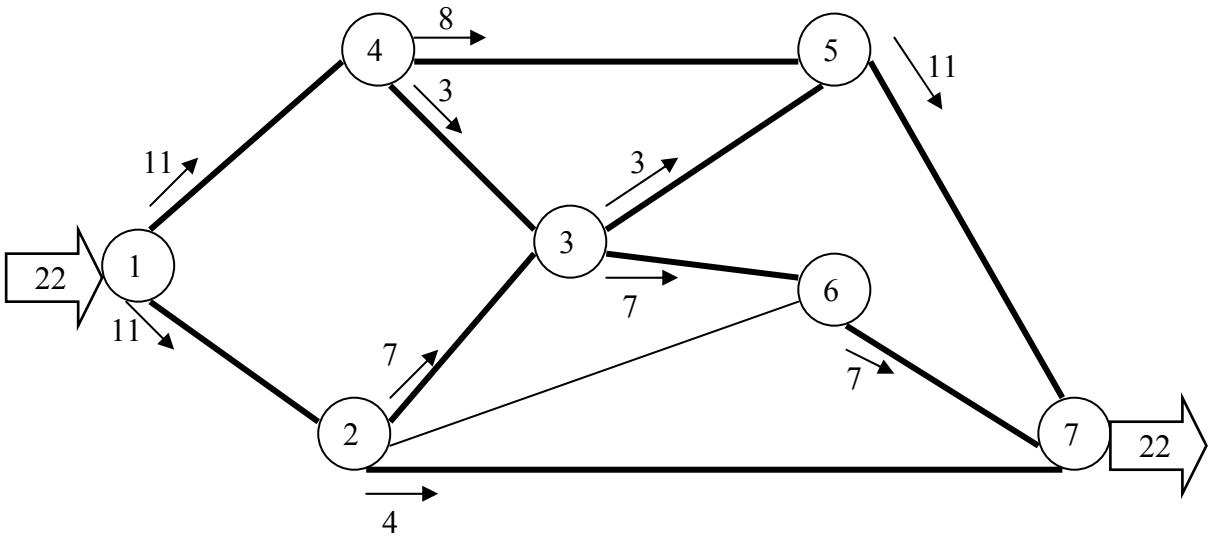


ITERACION 4 1 - 2 -7 ρmin = 4



Como ya no existe recorrido con flujo positivo llegamos al óptimo donde la **capacidad máxima de flujo es 22**

El flujo que pasará por cada oleoducto está dado por:



c) Como es posible transportar 22 galones cada uno 100 por día entonces es posible transportar 2200 galones diarios.

Entonces tenemos

$$2200\ gal \longrightarrow 1 dia$$

$$500000\ gal \longrightarrow X dias$$

$$X = \frac{500000}{2200} = 227,27\ días$$

Es decir que se tardará 228 días.

d) Teorema de Conservación de flujo

Para el nodo fuente

$$\sum_j X_{1j} - \sum_J X_{j1} = F$$
$$X_{12} + X_{14} = F$$
$$11 + 11 = 22$$

Para el nodo destino

$$\sum_j X_{7j} - \sum_J X_{j7} = F$$
$$-X_{57} - X_{27} - X_{67} = F$$
$$-11 - 4 - 7 = 22$$

Para cualquier nodo:
Por ejemplo el nodo 2

$$\sum_j X_{2j} - \sum_J X_{j2} = 0$$
$$X_{23} + X_{27} - X_{12} = 0$$
$$7 + 4 - 11 = 0$$

e) Teorema de Corte mínimo

Clase 1 (C_1)	Clase n (Cn)	Capacidad de corte
1,2,3,4	5,6,7	$X_{27}+X_{26}+X_{35}+X_{36}+X_{45}$ 7 + 6 + 7 + 7 +8 = 35
1,2,3	4,5,6,7	$X_{14}+ X_{27}+X_{26}+X_{34}+X_{35}+X_{36}$ 11 + 7 + 6 + 7 + 7 +7 = 45
2,3,4	1,5,6,7	$X_{21} + X_{27}+X_{26}+X_{35}+X_{36}+X_{41}+X_{45}$ 0 + 7 + 6 + 7 + 7 + 0 + 8 = 35
4,5,6,7	1,2,3	$X_{41} + X_{43}+X_{53}+X_{62}++X_{63}+X_{72}$ 0 + 7 + 7 + 6 + 7 + 0= 25
1	2,3,4,5,6,7	$X_{12} + X_{14}$ 11 + 11 =22
3,4,5	1,2,6,7	$X_{32} + X_{36}+X_{41}+X_{57}$ 8 + 7 + 0 + 10 =35

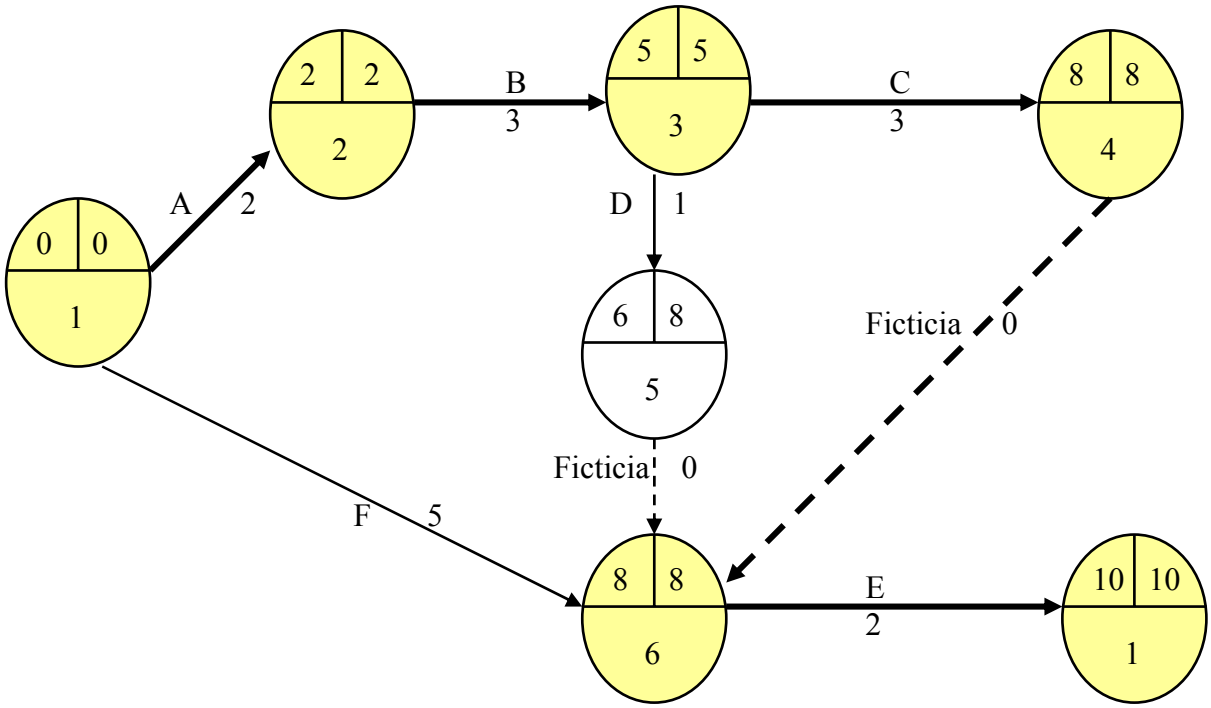
Podemos observar que la mínima capacidad de corte 22 es nuestro flujo máximo.

.

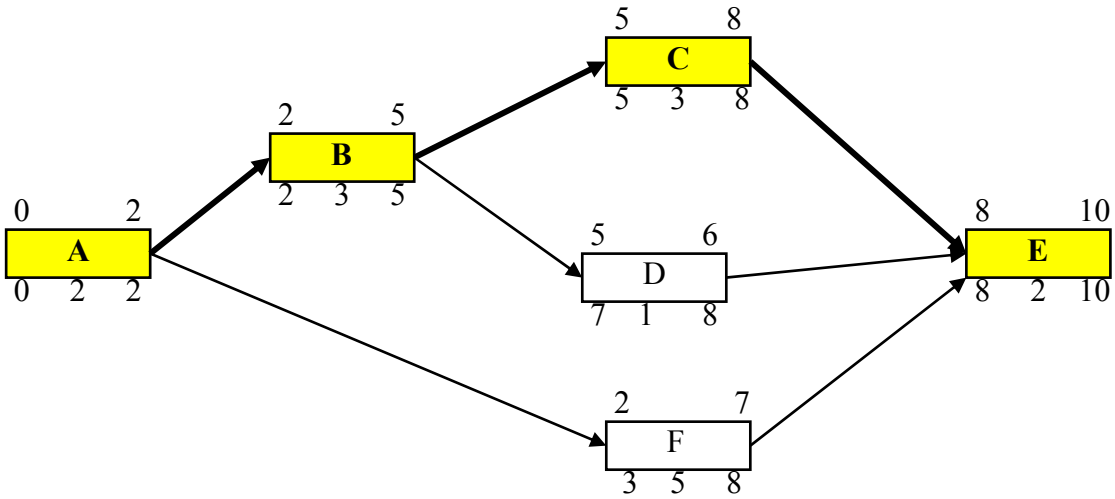
5. Dada la red de actividades

ACTIVIDAD	PREDECESOR	DURACION
A	-	2
B	A	3
C	B	3
D	B	1
E	F,C,D	2
F	A	5

Mediante el sistema americano:



Mediante el sistema francés



b. Tabla de Holguras

ACTIVIDAD	DURACION	Eo	Lo	Ef	Lf	HT	HL	HNL	RUTA
A	2	0	0	2	2	0	0	0	✓
B	3	2	2	5	5	0	0	0	✓
C	3	5	5	8	8	0	0	0	✓
D	1	5	5	6	8	2	0	2	
E	2	8	8	10	10	0	0	0	✓
F	5	0	0	8	8	3	3	0	

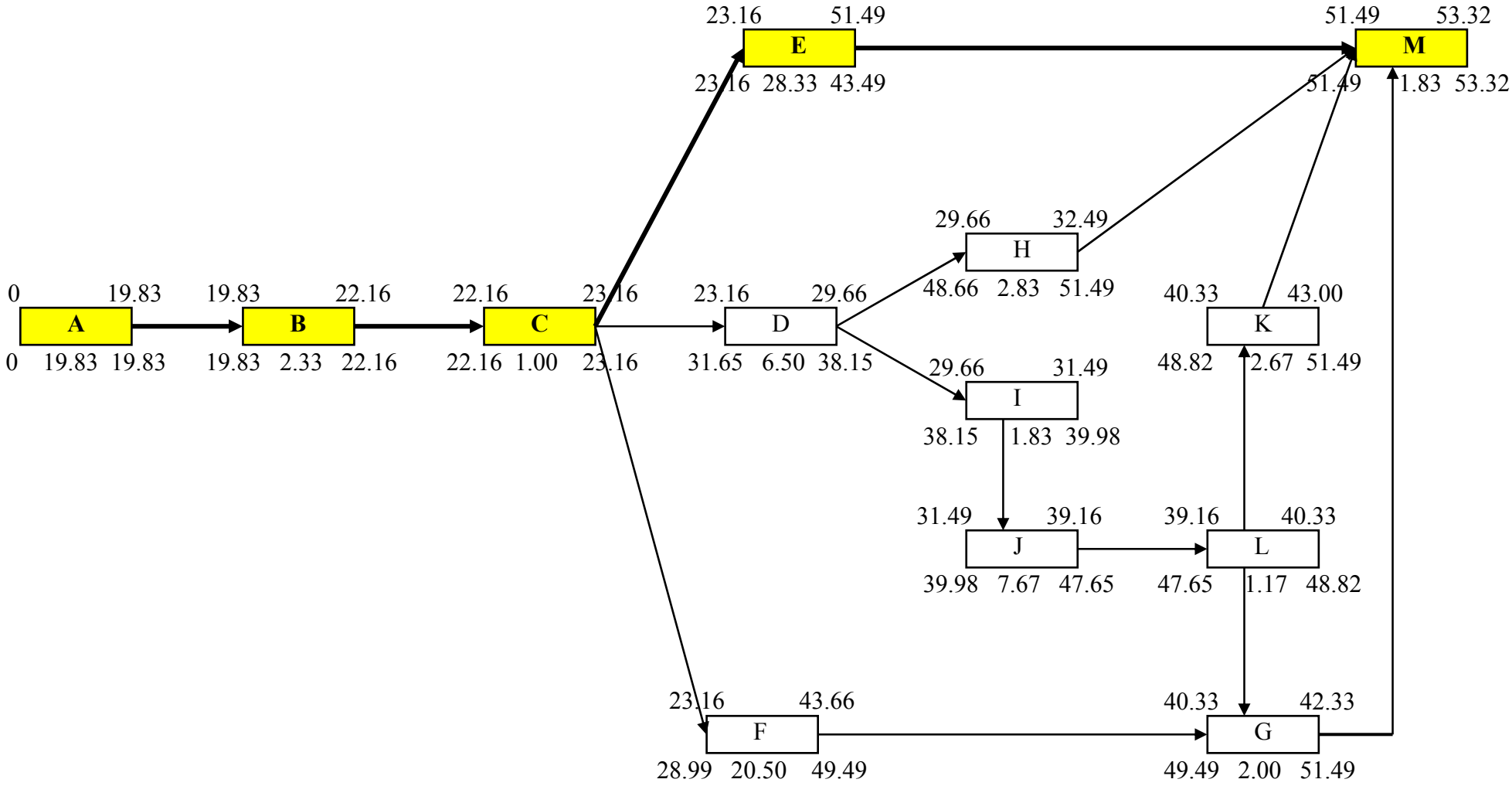
La ruta crítica es: A-B-C-E

6. Hallamos los valores de Te y σ^2 utilizando las fórmulas; se tiene la tabla

ACTIVIDAD ANTERIOR	ACTIVIDAD	ACTIVIDAD POSTERIOR	Ta	Tm	Tb	Te	σ^2
	A	B	18	20	21	19,83	0,25
A	B	C	1	2	5	2,33	0,44
B	C	D,E,F	1	1	1	1,00	0,00
C	D	H,I	4	7	7	6,50	0,25
C	E	M	18	30	32	28,33	5,44
C	F	G	20	20	23	20,50	0,25
F,L	G	M	2	2	2	2,00	0,00
D	H	M	1	3	4	2,83	0,25
D	I	J	1	2	2	1,83	0,03
I	J	L	5	8	9	7,67	0,44
L	K	M	1	3	3	2,67	0,11
J	L	G,K	1	1	2	1,17	0,03
E,G,H,K	M		1	2	2	1,83	0,03

Con estos datos realizamos el grafo

La red resultante será



Hallamos el tiempo que tardará el proyecto

$T = T_A + T_B + T_C + T_E + T_M$
$T = 19.83 + 2.33 + 1.00 + 28.33 + 1.83$
$T = 53.33$ dìas

La varianza será
$\sigma^2 = \sigma^2_A + \sigma^2_B + \sigma^2_C + \sigma^2_E + \sigma^2_M$
$\sigma^2 = 0.25 + 0.44 + 0 + 5.44 + 0.03$
$\sigma^2 = 6.16$

a) La probabilidad de que el programa se atrase hasta 5 días es:

$$Z = \frac{58.33 - 53.33}{\sqrt{6.16}} = 2.01$$

Buscamos en las tablas normales y tenemos

$P (T \leq 58.33) = 0.9778$

La probabilidad de que el programa se atrase en 5 días es 97,78%

b) La capacidad de movimiento de las actividades se muestra en la tabla de holgura

ACTIVIDAD	Te	Eo	Lo	Ef	Lf	HT
A	19,83	0,00	0,00	19,83	19,83	0,00
B	2,33	19,83	19,83	22,16	22,16	0,00
C	1,00	22,16	22,16	23,16	23,16	0,00
D	6,50	23,16	31,65	29,66	38,15	8,49
E	28,33	23,16	23,16	51,49	51,49	0,00
F	20,50	23,16	28,99	43,66	49,49	5,83
G	2,00	40,43	49,49	42,33	51,49	9,06
H	2,83	29,66	48,99	32,49	51,49	19,00
I	1,83	29,66	38,15	31,49	39,98	8,49
J	7,67	31,49	39,98	39,16	47,65	8,49
K	2,67	40,33	48,82	43,00	51,49	8,49
L	1,17	39,16	47,65	40,33	48,82	8,49
M	1,83	51,49	51,49	53,32	53,32	0,00

Por ejemplo la Actividad D es posible que se atrase hasta 8,49 días sin que afecte a la duración del programa

7. Expresando el problema en forma matricial tenemos la siguiente matriz de incidencia de nodos y arcos:

Nodo/arco	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	(4,6)	(5,6)	LD
1	1	1	1	0	0	0	0	0	2
2	-1	0	0	1	0	0	0	0	1
3	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
4	0	0	-1	-1	0	1	1	0	0
5	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-3

El gráfico será:

